

Sonderdruck aus

Beiträge zur Physik der Atmosphäre

Contributions to Atmospheric Physics

42. Band, 1969

Untersuchung über die Ausbreitung von atmosphärischen
Eigenschaften und Luftbeimengungen

Franz Fiedler

1968

Friedr. Vieweg + Sohn · Braunschweig



Digitized by the Internet Archive
in 2026



https://archive.org/details/IA41555415_0045

**Untersuchung über die Ausbreitung von atmosphärischen
Eigenschaften und Luftbeimengungen**

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von Franz Fiedler
aus München

Juni 1968

1. Berichterstatter: Prof. Dr. F. Möller
2. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Hollmannn

Tag der mündlichen Prüfung: 24.7.1968

Investigations on the diffusion of atmospheric properties and contaminants

Untersuchungen über die Ausbreitung von atmosphärischen Eigenschaften und Luftbeimengungen *)

Teil I. Die meteorologischen Parameter in der turbulenten Diffusionsgleichung

Franz Fiedler

Meteorologisches Institut der Universität München

Mit 15 Bildern

Eingegangen am 27.2.1969

Summary: The spreading of atmospheric properties and contaminants is determined by the spreading parameters σ_y and σ_z . They assume different values according to the temperature and wind stratification. It is investigated to what extent the spreading parameters can be computed from measurements of the mean vertical profile of temperature and wind using parameterizations of the characteristic turbulent velocities. This procedure succeeds for the parameter σ_z and leads to values comparable with determinations by other means. The method is not successful for the parameter σ_y because our information about the behavior of $\overline{v'^2}$ is still insufficient.

Zusammenfassung: Die Ausbreitung von atmosphärischen Eigenschaften und Luftbeimengungen wird durch die Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z festgelegt. Sie nehmen je nach der Temperatur- und Windschichtung verschieden große Werte an.

Es wird die Frage untersucht, inwieweit man aus Messungen des mittleren Vertikalprofils der Lufttemperatur und der Windgeschwindigkeit unter Verwendung von Parametrisierungen für die charakteristischen turbulenten Geschwindigkeiten die Ausbreitungsparameter errechnen kann. Es zeigt sich, daß dies für den Parameter σ_z in weitem Maße gelingt und zu Werten führt, die mit den aus anderen Verfahren errechneten Werten vergleichbar sind. Für den Ausbreitungsparameter σ_y scheitert dieser Weg an den noch unzureichenden Kenntnissen über das Verhalten von $\overline{v'^2}$.

Résumé: L'auteur examine, à l'aide des paramètres de diffusion σ_y et σ_z , la diffusion de propriétés de l'atmosphère et de polluants de l'air. Ces paramètres ont des valeurs qui dépendent de la stratification du vent et la température.

L'auteur examine jusqu'à quel point il est possible d'évaluer les paramètres de diffusion en partant de mesures du profil vertical moyen de la température de l'air et de la vitesse du vent et en utilisant une paramétrisation des vitesses caractéristiques de la turbulence. Il semblerait que la chose soit possible pour le paramètre σ_z et que cette voie conduise à des valeurs comparables à celles obtenues par d'autres méthodes. Pour le paramètre de diffusion σ_y cela n'est pas possible en raison de nos connaissances insuffisantes sur le comportement de $\overline{v'^2}$.

*) Dissertation an der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Ludwig-Maximilians-Universität in München

1. Einleitung

Die Zerstreuung von Luftbeimengungen und der turbulente Austausch von Wärme, Wasserdampf und anderen Eigenschaften hängt von den veränderlichen meteorologischen Bedingungen ab. In den letzten Jahren wurden große Anstrengungen unternommen, die den Ausbreitungs- und Transportvorgang bestimmenden Größen durch Messungen zu erfassen, wobei besonders Türme als Meßträger dienten. Gemessen wurde dabei vor allem die vertikale Verteilung des Wind- und Temperaturfeldes. In einigen Fällen gelang es, die meßtechnischen Schwierigkeiten zu überwinden und neben der mittleren Wind- und Temperaturschichtung auch die turbulenten Schwankungen der Windgeschwindigkeit und der Lufttemperatur in einigen Punkten des Strömungsfeldes zu messen. Bei den meisten praktischen Anwendungen der aus der Theorie hergeleiteten Gleichungen, die gewisse meteorologische Ausbreitungsparameter oder Transportkoeffizienten enthalten, stehen kaum derartige Messungen zur Verfügung, so daß man gezwungen ist, aus täglichen Wettermeldungen diese Größen näherungsweise festzulegen.

Im ersten Teil der hier vorliegenden Arbeit wird untersucht, inwieweit bei der gegenwärtigen Kenntnis über den Zusammenhang der turbulenten Schwankungen mit dem mittleren Wind- und Temperaturfeld die Ausbreitungsparameter aus den mittleren vertikalen Profilen von Wind und Temperatur bestimmt werden können. Im zweiten Teil ¹⁾ wird dann näher auf die in der Praxis benutzten Verfahren zur Ermittlung der Ausbreitungsparameter und auf die Ausbreitungsbedingungen im Raum München eingegangen.

2. Die Gleichung der turbulenten Diffusion

Den Ausgangspunkt zur Herleitung einer Gleichung, die die Ausbreitung von Luftbeimengungen beschreibt, bildet nach H. FORTAK (1957, 1964) und H. ERTEL (1937) die Kontinuitätsgleichung für die Luft und für die Beimengung.

Für die Luftdichte gilt:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{w}) = 0. \quad (1)$$

Für die Dichte der Beimengung ρ_s hat man entsprechend

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{w}_s) = Q_s. \quad (2)$$

$\mathbf{w}_s$ bedeutet den Geschwindigkeitsvektor der Luftbeimengung, der mit dem Geschwindigkeitsvektor der Luft $\mathbf{w}$ identisch sei. Relativbewegungen zwischen Luft und Beimengung sollen also nicht bestehen. Q_s berücksichtigt räumlich und zeitlich variable Quellen der Beimengung und gibt die pro Zeit- und Volumeneinheit erzeugte Menge an.

Durch Einführung der spezifischen Masse q ($\rho_s = q\rho$) und anschließende Mittelbildung ergibt Gl. (1) und Gl. (2):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{q} + \overline{\rho' q'}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{q} \bar{\mathbf{w}} + \bar{\rho} \overline{q' \mathbf{w}'} + \bar{q} \overline{\rho' \mathbf{w}'} + \bar{\mathbf{w}} \overline{q' \rho'} + \overline{\rho' q' \mathbf{w}'}) = \bar{Q}_s. \quad (3)$$

Dabei wurde die übliche Aufspaltung der augenblicklichen Werte der Geschwindigkeiten und Zustandsgrößen in einen Mittelwert und die Abweichungen von diesem vorgenommen. Für eine beliebige Größe A gilt beispielsweise $A = \bar{A} + A'$ mit $\bar{A'} = 0$.

¹⁾ S. Beiträge zur Physik der Atmosphäre, Band 42, Heft 4/1969

Gl. (3) wird mit folgenden Annahmen vereinfacht :

1. $\overline{\rho'q'} \ll \bar{\rho} \bar{q}$,
2. $\overline{\rho'q'w'} \ll \bar{\rho} \overline{q'w'}$,
3. $\overline{\rho q'w'} = - \bar{\rho} \mathbb{K} \cdot \nabla \bar{\rho}$ mit dem Austauschtensor $\mathbb{K} = K_x \mathbf{i}; \mathbf{i} + K_y \mathbf{j}; \mathbf{j} + K_z \mathbf{k}; \mathbf{k}$,
4. $\overline{\rho w} \approx \overline{\rho u i} \approx \bar{\rho} \bar{u} i$ mit $\bar{w} = (\bar{u}, 0, 0)$
5. $\bar{q} \mathbb{K} \cdot \nabla \bar{\rho} \ll \mathbb{K} \cdot \nabla (\bar{q} \bar{\rho})$,
6. $s = \bar{\rho} \bar{q}$,
7. $s \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \ll \bar{u} \frac{\partial s}{\partial x}$,
8. $\frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial s}{\partial x}) \ll \bar{u} \frac{\partial s}{\partial x}$,
9. $Q = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \bar{Q}_s \delta(x) \delta(y) \delta(z-H) dx dy dz$, d.h. es liege eine Punktquelle Q vor. δ bedeutet die Deltafunktion.

Mit diesen Annahmen ergibt sich die Gleichung der turbulenten Diffusion zu

$$\bar{u} \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial s}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial s}{\partial z}) . \quad (4)$$

Für den Fall der homogenen Turbulenz, bei der die Diffusionskoeffizienten nur von der Ausbreitungszeit T abhängen, und bei räumlich und zeitlich konstanter Windgeschwindigkeit $\bar{u}(x,y,z,T) = \text{const}$ erhält man für diese Gleichung die Lösung :

$$s(x,y,z) = \frac{Q}{2\pi \bar{u} \sigma_y(x) \sigma_z(x)} \exp \left\{ -\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right\} \left\{ \exp \left\{ -\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2} \right\} \right\} . \quad (5)$$

Die Streuungsquadrate σ_y^2 und σ_z^2 charakterisieren den Turbulenzzustand und hängen mit dem Diffusionskoeffizienten auf folgende Weise zusammen :

$$K_y(T) = \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{2} \sigma_y^2(T) \right) = \frac{d}{d(x/\bar{u})} \left(\frac{1}{2} \sigma_y^2 \left(\frac{x}{\bar{u}} \right) \right) \quad (6a)$$

$$K_z(T) = \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{2} \sigma_z^2(T) \right) = \frac{d}{d(x/\bar{u})} \left(\frac{1}{2} \sigma_z^2 \left(\frac{x}{\bar{u}} \right) \right) . \quad (6b)$$

$T = x/\bar{u}$ bedeutet die Ausbreitungszeit. Die Lösung (5) genügt der Randbedingung

$$\lim_{z \rightarrow 0} K_z \frac{\partial s}{\partial z} = 0 , \quad (7)$$

die einer totalen Reflexion der Luftbeimengung am Erdboden entspricht, und der Quellbedingung

$$Q = \lim_{x \rightarrow 0} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty s \bar{u} dy dz .$$

Für $y, z \rightarrow \infty$ folgt außerdem $s \rightarrow 0$. Die Gl. (5) bildet die Grundlage für die Berechnung der Ausbreitung von Luftbeimengungen im Lee einer kontinuierlichen Punktquelle.

3. Die meteorologischen Parameter σ_y und σ_z

Obwohl zur Lösung der turbulenten Diffusionsgleichung (4) ziemlich einschneidende Voraussetzungen gemacht werden wie beispielsweise die eines höhenunabhängigen Windfeldes, so hat sich doch gezeigt, daß sie für die Ausbreitung von Luftbeimengungen brauchbare Werte liefert. Neben der Quellstärke Q und der Quellschöhe H müssen zur Berechnung der Konzentration s die Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ und die Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z bekannt sein. Die Bestimmung der Windgeschwindigkeit $\bar{u}$, die den advektiven Transport des Ausbreitungsstoffes verursacht, bietet in den meisten Fällen keine Schwierigkeit. Das Hauptproblem ist die Bestimmung der Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z , die den turbulenten Transport der Austauschgeschwindigkeit festlegen. Sie hängen von der thermischen Schichtung, von der Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ und über den Diffusionskoeffizienten auch von der Ausbreitungszeit T bzw., da $x = \bar{u}T$, wobei $\bar{u} = \text{const.}$ vorausgesetzt wird, vom Ausbreitungsweg x ab.

Die Quadrate der Ausbreitungsparameter σ_y^2 und σ_z^2 stellen die mittlere quadratische Verschiebung $\bar{y}^2$ und $\bar{z}^2$ der Teilchen in den einzelnen Koordinatenrichtungen dar.

Für die Verschiebung eines Teilchens in der Querwindrichtung nach einer Zeit T gilt

$$y(T) = \int_0^T v'(\tau) d\tau .$$

Quadriert man diese Gleichung, bildet den Mittelwert und führt außerdem eine Relativkoordinate $\tau_1 = \tau_2 - \tau$ ein, die stationäre Turbulenzverhältnisse zum Ausdruck bringt, so erhält man

$$\bar{y}^2 = \int_0^T \int_{\tau_2-T}^{\tau_2} v'(\tau_2 - \tau) v'(\tau_2) d\tau d\tau_2 .$$

Durch eine einfache Umformung und durch Einführung der Korrelationsfunktion

$R_{L,v}(t) = v'(T) v'(T-t) / \overline{v'^2}$ — der Index L deutet an, daß es sich hierbei um die Lagrangesche Korrelationsfunktion handelt — ergibt sich daraus das bekannte Taylor-Theorem

$$\bar{y}^2 = 2 \overline{v'^2} \int_0^T (T - \tau) R_{L,v}(\tau) d\tau . \quad (8a)$$

Mit dieser von M. I. KAMPÉ DE FÉRIÉT (1939) stammenden Form ist folgende Darstellung des Taylor-Theorems identisch

$$\bar{y}^2 = 2 \overline{v'^2} \int_0^T \int_0^t R_{L,v}(\tau) d\tau dt . \quad (8b)$$

Entsprechende Gleichungen gelten auch für die Streuungen in der vertikalen Richtung:

$$\bar{z}^2 = 2 \overline{w'^2} \int_0^T (T - \tau) R_{L,w}(\tau) d\tau \quad (9a)$$

$$\bar{z}^2 = 2 \overline{w'^2} \int_0^T \int_0^t R_{L,w}(\tau) d\tau dt . \quad (9b)$$

Da die Autokorrelationsfunktion $R_{L,v}(t) = 1$ wird für $t = 0$ und $R_{L,v}(t) \rightarrow 0$ für $t \rightarrow \infty$, kann man aus dem Taylor-Theorem ohne genaue Kenntnis des Verlaufs dieser Funktion schon einige wesentliche Aussagen über das Verhalten von σ_y^2 bzw. σ_z^2 machen.

Nach sehr kleinen Ausbreitungszeiten ist $R_{L,v}$ noch annähernd gleich eins und daher ist

$$\sigma_y^2 \approx \overline{v'^2} T^2 \quad T \text{ klein} \quad (10a)$$

oder

$$\sigma_y^2 \approx \frac{\overline{v'^2}}{\overline{u^2}} x^2 \quad x \text{ klein} . \quad (10b)$$

Wenn der Ausbreitungsvorgang hinreichend lange dauert, so geht $R_{L,v}(t) \rightarrow 0$, d.h. es gilt

$$\int_0^t R_{L,v}(\tau) d\tau \rightarrow t_L = \text{const.} \quad (11)$$

Damit wird

$$\sigma_y^2 = 2 \overline{v'^2} \cdot t_L \cdot T \quad T \text{ groß} \quad (12a)$$

oder

$$\sigma_y^2 = 2 \frac{\overline{v'^2}}{\overline{u^2}} \cdot t_L \cdot x \quad x \text{ groß} . \quad (12b)$$

Die Größe t_L bezeichnet man als Lagrangeschen Zeitmaßstab und gibt die mittlere Lebensdauer eines Turbulenzelementes an. Es hängt sehr wesentlich vom Turbulenzzustand ab, wie groß der Zeitmaßstab t_L ist. Danach richtet sich auch, wie schnell die Autokorrelationsfunktion $R_{L,v}(t)$ den Wert null erreicht.

4. Übersicht über bisherige Ansätze

In der Gl. (8) kommt als wesentliche Größe die Autokorrelationsfunktion $R_L(t)$ vor. Da man zu ihrer Messung einzelne Luftteilchen verfolgen müßte, ist es erklärlich, daß über ihr Verhalten nur wenig bekannt ist. Es bleibt daher zur weiteren Rechnung nur der eine Weg, über $R_L(t)$ plausible erscheinende theoretische Annahmen zu machen.

O. G. SUTTON (1932, 1934) führte aus der Kenntnis des limitären Verhaltens von $R_L(t)$ die Form ein

$$R_{L,v} = \left(\frac{\nu}{\nu + \overline{v'^2} \cdot t} \right)^n \quad (13a)$$

bzw.

$$R_{L,w} = \left(\frac{\nu}{\nu + \overline{w'^2} \cdot t} \right)^n . \quad (13b)$$

ν ist darin die molekulare kinematische Viskosität der Luft. Mit diesem Ansatz ergeben sich aus Gl. (8) die bekannten Suttonschen Ausbreitungsparameter.

Der Exponent n kann nach O. G. SUTTON aus dem Exponenten m des vertikalen Potenzwindprofils

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_1} = \left(\frac{z}{z_1} \right)^m \quad (14)$$

bestimmt werden zu

$$n = \frac{2m}{1+m} . \quad (15)$$

Die Berechnung von Konzentrationen für Luftbeimengungen mit den Ausbreitungsparametern σ_y und σ_z nach O. G. SUTTON ergeben jedoch erfahrungsgemäß zu hohe Werte im Vergleich zu direkten Messungen. Die Ursachen dafür werden in einem späteren Abschnitt erläutert.

In jüngster Zeit sind einige empirische Ansätze für die Ausbreitungsparameter eingeführt worden, die auf die Form gebracht werden können:

$$\sigma_y = \overline{v'^2}^{1/2} \cdot F(t) \quad (16a)$$

$$\sigma_z = \overline{w'^2}^{1/2} \cdot G(t) \quad (16b)$$

Ansätze dieser Art werden auch durch das Taylor-Theorem nahegelegt. Wenn anstatt der turbulenten Schwankungen v' und w' die Auslenkungen α' und φ' einer Windfahne in horizontaler bzw. vertikaler Richtung gemessen werden, dann wird aus den Gln. (16a) und (16b)

$$\sigma_y = \overline{\alpha'^2}^{1/2} \cdot F^*(x) \quad (17a)$$

$$\sigma_z = \overline{\varphi'^2}^{1/2} \cdot G^*(x) \quad (17b)$$

Es ist hier also $\overline{v'^2}^{1/2} = \sigma_v$ durch $\bar{u} \overline{\alpha'^2}^{1/2} = \bar{u} \sigma_\alpha$ und $\overline{w'^2}^{1/2} = \sigma_w$ durch $\bar{u} \overline{\varphi'^2}^{1/2} = \bar{u} \sigma_\varphi$ ersetzt worden.

Ansätze in der Art der Gln. (16) und (17) haben besonders mit der Verbesserung der Meßtechnik zur Bestimmung der turbulenten Schwankungen der Windgeschwindigkeit an Bedeutung gewonnen. Aus solchen Messungen lassen sich die mittleren Schwankungsquadrate $\overline{v'^2}$ und $\overline{w'^2}$ oder bei Messungen mittels Windfahnen $\overline{\alpha'^2}$ und $\overline{\varphi'^2}$ bestimmen. Es muß dann nur noch eine Annahme über $F(t)$ und $G(t)$ bzw. über $F^*(x)$ und $G^*(x)$ gemacht werden.

H. E. CRAMER (1959) wählte für die beiden letztgenannten Funktionen einen Potenzansatz:

$$\sigma_y(x) = a \overline{\alpha'^2}^{1/2} x^f \quad (18a)$$

$$\sigma_z(x) = b \overline{\varphi'^2}^{1/2} x^g \quad (18b)$$

a und b sind Proportionalitätskonstanten, während f und g von der Schichtung abhängige Parameter darstellen.

Die mittleren Schwankungsquadrate hängen von der Windgeschwindigkeit und von der thermischen Schichtung ab. Wenn sich diese Variablen in einer gewissen Zeit nur geringfügig ändern, können auch σ_α und σ_φ als Konstante angesehen werden.

F. WIPPERMANN und W. KLUG (1962) setzen deshalb an

$$\sigma_y = F x^f \quad (19a)$$

$$\sigma_z = G x^g \quad (19b)$$

und bestimmen die Größen F , G , f , g für verschiedene Ausbreitungsbedingungen. W. KLUG (1964) hat dafür eine Reihe von Zahlenwerten angegeben. Die Parameter f und g sind streng genommen, wie man aus Gl. (10) und Gl. (12) entnimmt, vom Ausbreitungsweg abhängig. Sie nehmen für kurze Entfernungen den Wert 1 an und nähern sich mit zunehmendem Ausbreitungsweg x dem Wert 0,5. Die angegebenen Werte für f und g müssen deshalb als Mittelwerte über einen bestimmten Entfernungsbereich angesehen werden.

Als Richtwerte gibt F. WIPPERMANN (1963) für den mittleren Zustand der Atmosphäre folgende Werte an:

$$\begin{aligned} F &= 1,20 \text{ cm}^{0,33} & G &= 0,75 \text{ cm}^{0,30} \\ f &= 0,67 & g &= 0,70. \end{aligned}$$

Außer den hier angeführten Ansätzen für die Ausbreitungsparameter ist ein Verfahren von J. S. HAY und F. PASQUILL (1959) zur Bestimmung der Ausbreitungsparameter zu erwähnen, das in einem folgenden Abschnitt gesondert behandelt wird.

5. Diffusionsexperimente zur Bestimmung der Parameter σ_y und σ_z

Neben den Versuchen, das Verhalten der Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z durch geeignete Ansätze richtig zu beschreiben, haben direkte Methoden zu ihrer Bestimmung eine große Bedeutung gewonnen. Es existieren bereits mehrere Veröffentlichungen über Ausbreitungsexperimente. Über die wichtigsten hat W. KLUG (1964) zusammenfassend berichtet, weitere wurden von U. HÖGSTRÖM (1964) und W. KLUG und H. MARKUSCH (1967) veröffentlicht. Bei den Ausbreitungsexperimenten wird meist von einer erhöhten Quelle eine bestimmte Substanzmenge freigesetzt und die am Erdboden auftretende Konzentration mit Hilfe eines ausgedehnten Meßnetzes im Lee der Quelle gemessen. Aus den auf einem Kreisbogen oder auf einer quer zur Windrichtung liegenden Geraden gemessenen Konzentrationen werden die Streuungen berechnet. Zur Messung von σ_z ist außerdem ein Meßnetz in der vertikalen Richtung z.B. an Türmen oder Ballonkabeln notwendig.

Die wichtigsten Auswertungen, die besonders für die praktische Verwendung geeignet sind, liegen von H. E. CRAMER (1959), F. PASQUILL (1961), F. A. GIFFORD (1961) und D. B. TURNER (1964) vor. Die Werte für σ_z nach F. PASQUILL sind für sogenannte Ausbreitungsklassen A bis F (siehe Teil II) in Bild 1 in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x wiedergegeben.

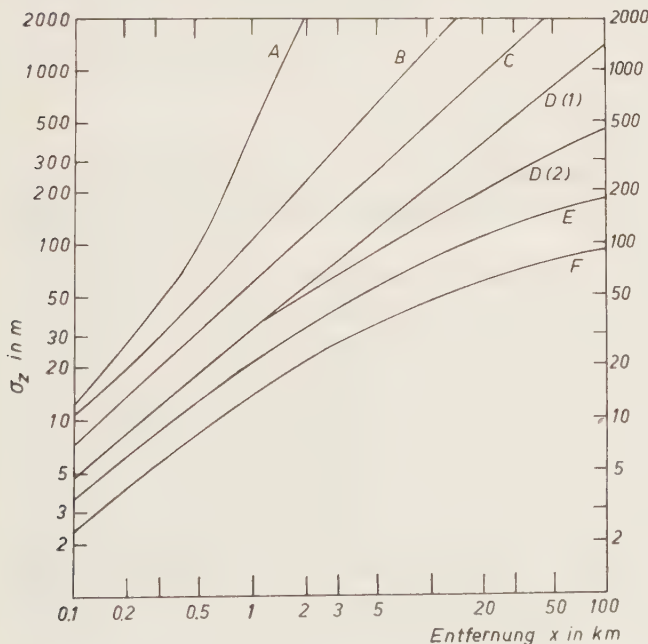


Fig. 1

Diffusion parameter σ_z after F. PASQUILL (1961) as a function of travel distance x for the stability classes A-F.

Bild 1

Streuungen σ_z nach F. PASQUILL (1961) in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x für die Ausbreitungsklassen A-F.

Die entsprechenden Angaben für die laterale Streuung σ_y sind nach F. A. GIFFORD in Bild 2 zu finden. Die in beiden Darstellungen angegebenen Kurven stellen jedoch zum Teil erhebliche Extrapolationen dar, denn die bisher aus den Experimenten gewonnenen Kenntnisse reichen noch nicht aus, das Verhalten der Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z besonders für große Entfernungen eindeutig festzulegen.

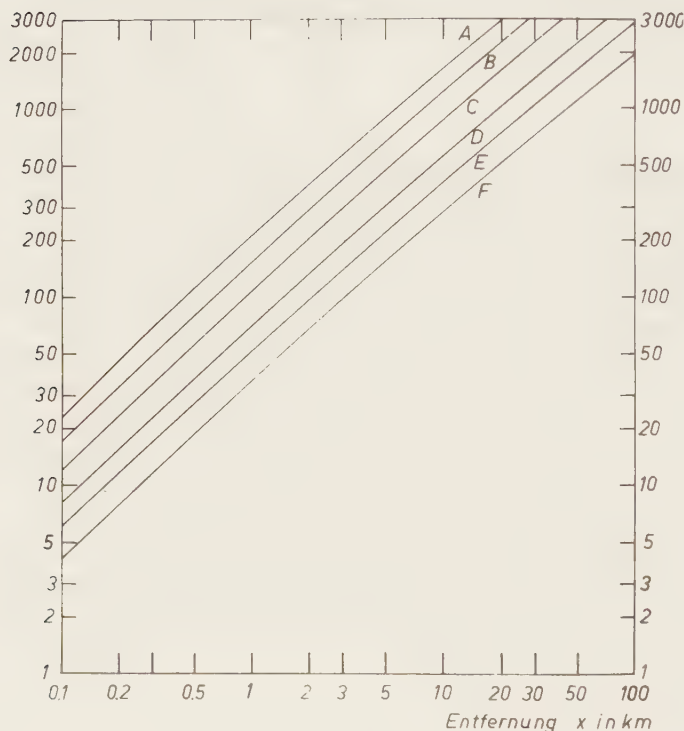


Fig. 2

Diffusion parameter σ_y after F.A. GIFFORD (1961) as a function of travel distance x for the stability classes A-F.

Bild 2

Streuungen σ_y nach F.A. GIFFORD (1961) in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x für die Ausbreitungsclassen A-F.

6. Die Transformation von J. S. HAY und F. PASQUILL

In diesem Abschnitt wird das schon erwähnte Verfahren von J. S. HAY und F. PASQUILL (1959) ausführlich behandelt, da es den Zugang zu den Ausbreitungsparametern σ_y und σ_z vom Turbulenzspektrum her gestattet.

Ein einzelnes Teilchen, das sich von einem festen Punkt aus in dem turbulenten Transportmedium Luft fortbewegt, unterliegt ständigen Geschwindigkeits- und Richtungsschwankungen. Diese Schwankungen verursachen, daß sich das Teilchen mehr oder weniger von der mittleren Windrichtungssachse fortbewegt. Betrachtet man eine große Anzahl solcher Teilchen wie man sie etwa in einer Rauchfahne beobachten kann, so wird es von den Schwankungen abhängen, ob die Rauchfahne stark oder nur wenig zerstreut wird. Sind in der Atmosphäre Geschwindigkeitsfluktuationen vorhanden, die nur kurze Zeit auf ein Luftpaket wirken und sich dann auflösen, so werden einzelne Pakete sich nur wenig voneinander entfernen. Aus der Beobachtung der Fluktuationen, die an einem kleinen Luftvolumen über längere Zeit auftreten, während es in der Strömung mitdriftet, ließe sich ein Aufschluß gewinnen über ihre Lebensdauer bzw. über die vorkommenden Frequenzen. Messungen in einem Lagrangeschen System lassen sich aber nur schwer durchführen. Dagegen ist die spektrale Verteilung der turbulenten Schwankungen an einem festen Ort, d.h. das Eulersche Spektrum, wesentlich leichter durch Messungen erfaßbar.

G. I. TAYLOR (1938) hat gezeigt, daß man die Autokorrelationsfunktion $R_E(t)$ und die Funktion $F_E(n)$, die die spektrale Dichte der turbulenten Energie darstellt, als Fouriertransformationspaar auffassen kann

$$F_E(n) = 4 \int_0^{\infty} R_E(t) \cos 2\pi n t \, dt \quad (20)$$

$$R_E(t) = \int_0^{\infty} F_E(n) \cos 2\pi n t \, dn \quad (21)$$

n bedeutet darin die Frequenz.

Die gleiche Beziehung gilt auch für das Funktionenpaar in der Lagrangeschen Betrachtungsweise $F_L(n)$ und $R_L(t)$

$$F_L(n) = 4 \int_0^{\infty} R_L(t) \cos 2\pi n t \, dt \quad (22)$$

$$R_L(t) = \int_0^{\infty} F_L(n) \cos 2\pi n t \, dn . \quad (23)$$

J. S. HAY und F. PASQUILL gehen von der Hypothese aus, die sich auf einige Diffusionsexperimente stützt, daß die Form der Autokorrelationsfunktion in der Eulerschen (an einem festen Ort) und in der Lagrangeschen (an einem festen Teilchen) Betrachtungsweise ähnlich ist. Sie nehmen an, daß sich die beiden Funktionen durch eine Streckung der Abszisse (siehe Bild 3) ineinander überführen lassen und setzen deshalb an

$$R_L(\beta t) = R_E(t) . \quad (24)$$

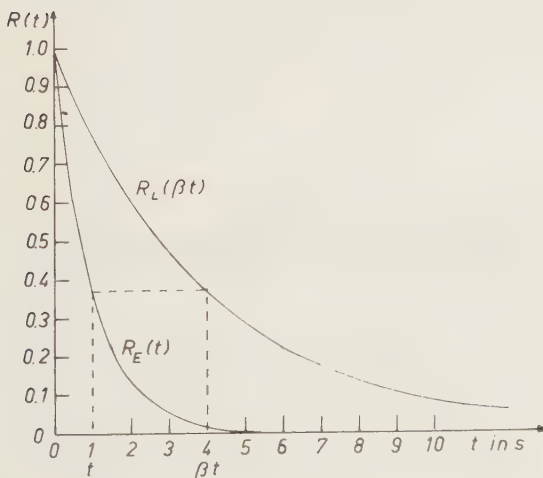


Fig. 3

Transformation of the Eulerian autocorrelation function $R_E(t)$ into the Lagrangian autocorrelation function $R_L(\xi)$ using $\xi = \beta t$.

Bild 3

Transformation der Eulerschen Autokorrelationsfunktion $R_E(t)$ in die Lagrangesche Autokorrelationsfunktion $R_L(\xi)$ mit $\xi = \beta t$.

Führt man die Autokorrelationsfunktionen nach Gl. (21) und Gl. (23) in die Gl. (8) ein, so gewinnt man eine Interpretationsmöglichkeit für die Streuung σ_y^2 vom Spektrum der turbulenten Geschwindigkeitskomponenten her :

$$\begin{aligned}\sigma_y^2 &= 2 \overline{v'^2} \int_0^T (T-t) \int_0^\infty F_L(n) \cos 2\pi n t \, dn \, dt \\ &= 2 \overline{v'^2} \int_0^\infty F_L(n) \left(\frac{\sin \pi n T}{\pi n T} \right)^2 \, dn .\end{aligned}\quad (25)$$

Aus Gl. (22) ergibt sich mit Gl. (24) und Gl. (20) weiter

$$F_L(n) = \beta F_E(\beta n) .$$

Auf diese Weise erhalten die Autoren aus Gl. (25) schließlich

$$\sigma_y^2 = \overline{v'^2} T^2 \int_0^\infty F_E(n) \left(\frac{\sin \pi n \frac{T}{\beta}}{\pi n \frac{T}{\beta}} \right)^2 \, dn .\quad (26)$$

Aus ihren Diffusionsexperimenten haben J. S. HAY und F. PASQUILL für den Transformationsfaktor β einen Wert von 4 bestimmt. Die Gl. (26) bietet so die Möglichkeit, aus Turbulenzspektren, die an einem festen Ort gemessen werden, die Ausbreitungsparameter zu bestimmen.

Die Gl. (26) gestattet noch eine andere Interpretation. Nach F. PASQUILL (1962) gilt für die Varianz einer Größe – hier $v'(t)$ –, die aus Mittelwerten über eine Zeit T entstanden ist,

$$\overline{v'^2}_{\tau, T} = \overline{v'^2}_{\tau, 0} \int_0^\infty F(n) \left(\frac{\sin \pi n T}{\pi n T} \right)^2 \, dn .\quad (27)$$

Der erste Index bei $\overline{v'^2}$ gibt die gesamte Meßzeit an, der zweite das Zeitintervall, über das die Meßwerte gleitend gemittelt werden. Für den entsprechenden Ausdruck in Gl. (26) kann man also auch schreiben

$$\overline{v'^2}_{\tau, T/\beta} = \overline{v'^2}_{\tau, 0} \int_0^\infty F_E(n) \left(\frac{\sin \pi n \frac{T}{\beta}}{\pi n \frac{T}{\beta}} \right)^2 \, dn .\quad (28)$$

Dabei muß die Gesamtmeßzeit τ größer sein als die Mittelungszeiträume T/β . Die Streuung σ_y^2 läßt sich also auf folgende Weise aus den Schwankungsmessungen berechnen :

$$\sigma_y^2 = T^2 \overline{v'^2}_{\tau, T/\beta}\quad (29)$$

oder mit $T = x/\bar{u}$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{x}{\bar{u}} \right)^2 \overline{v'^2}_{\tau, x/\beta \bar{u}} .\quad (30)$$

Damit ist es nicht notwendig, daß aus den gemessenen v' -Werten das Turbulenzspektrum berechnet wird. Für die Berechnung von σ_y^2 für die Entfernung x von der Quelle müssen vielmehr die einzelnen Meßwerte über Zeitintervalle $T/\beta = x/\beta \bar{u}$ gemittelt werden. Aus diesen so gewonnenen Mittelwerten wird anschließend die Varianz berechnet, d.h. die Werte werden quadriert und über die gesamte Beobachtungsdauer τ gemittelt. Die Beobachtungszeit τ muß deshalb wesentlich größer sein als die Ausbreitungszeit T , die die Teilchen benötigen, um von der Quelle bis zum Ort x zu driften.

7. Aus Turbulenzspektren berechnete Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z

Wie im vorhergehenden Abschnitt ausgeführt wurde, lassen sich die Ausbreitungsparameter unter gewissen Annahmen aus Turbulenzmessungen an einem festen Ort berechnen.

Vom Arbeitsaufwand her gesehen ist es zweckmäßig, sofort von den einzelnen Meßwerten auszugehen und die Gl. (30) zu benutzen, da man bei dieser Methode durch die erläuterte gleitende Mittelbildung zum Ziele kommt. Leider waren an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München Messungen von turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen noch nicht vorhanden; eine Meßanlage (siehe R. ROTH (1965)) wird aber bereits erprobt und Berechnungen nach dieser Methode sind geplant. In der Literatur sind jedoch einige Turbulenzspektren für die v - und die w -Komponente veröffentlicht. Es sind dies u.a. die Arbeiten von H. E. CRAMER et al. (1962) und M. MIYAKE (1965). In der Arbeit des zweiten Autors sind vier Spektren für σ_w^2 angegeben, die in einer Höhe von 2,6 m gemessen wurden. Sie gelten für einen Frequenzbereich n von 0,003 Hz bis etwa 5 Hz. In drei Fällen war die Windgeschwindigkeit $\bar{u}_{2,6\text{ m}}$ größer als 6 m/s, in einem Fall etwa 2 m/s. Die charakteristischen Werte sind in der folgenden Tabelle 1 zusammengefaßt.

Table 1 Weather conditions during the field experiments of M. MIYAKE (1965)

Tabelle 1 Versuchsbedingungen für die Messungen von M. MIYAKE (1965)

Experiment	$\bar{u}_{2,6\text{ m}}$ in m/s	$\overline{w'^2}^{1/2}$ in cm/s	L_* in m
1	2,33	26,8	$-1,28 \cdot 10^1$
2	6,35	83,0	$-1,08 \cdot 10^2$
3	6,17	79,0	∞
4	6,39	82,3	$7,24 \cdot 10^2$

L_* ist die Monin-Obuchowsche Stabilitätslänge (siehe Gl. (41)). Die zugehörigen Spektren sind in Bild 4 enthalten. Durch numerische Integration wurden nach Gl. (26) Werte für σ_z in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x ermittelt. Das Integral wurde dabei mit der Sehnentrapezregel ausgewertet.

Die aus den vier obigen Spektren errechnen σ_z -Kurven sind in Bild 5 bis zu einer Entfernung von 5 km angegeben. Nach dieser Rechnung unterscheiden sich die Werte nur geringfügig. Lediglich beim Experiment 3 ergeben sich merklich niedrigere Werte. Wenn man bedenkt, daß in der Meßhöhe von 2,6 m die mechanische Turbulenz vorherrscht, so ist der geringe Unterschied in den Ergebnissen nicht verwunderlich. Bemerkenswert ist beim Experiment 1, daß trotz der geringen Energiedichte die Streuung σ_z nicht kleiner ist als in den anderen Fällen.

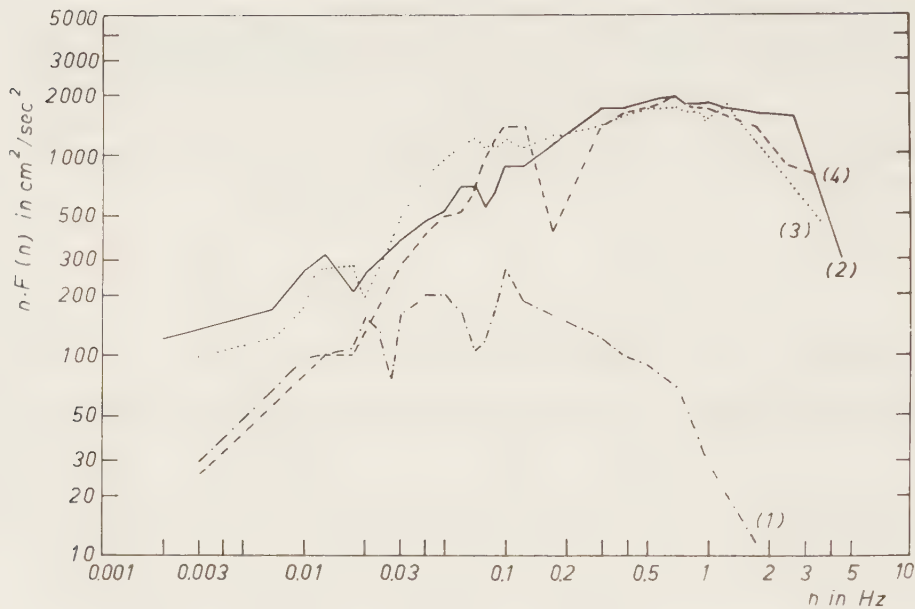


Fig. 4. w^2 — spectra after M. MIYAKE (1965). Numbers in () are the numbers of the experiments.

Bild 4. w^2 -Spektren nach M. MIYAKE (1965). Die Zahlen in () geben die Nummer des Experiments an.

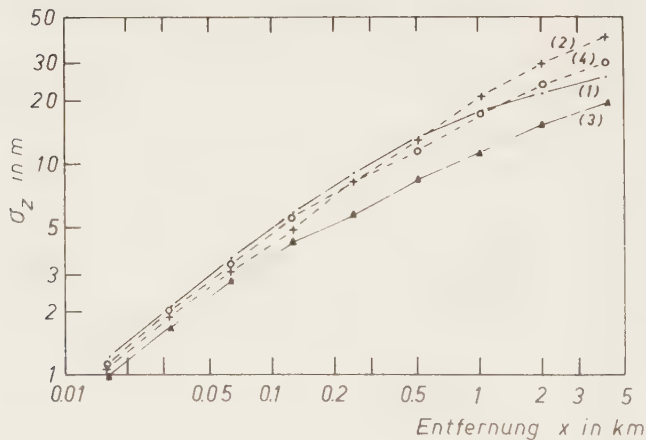


Fig. 5

Diffusion parameter σ_z computed from the spectra after M. MIYAKE (1965) as a function of travel distance x .

Bild 5

Streuungen σ_z nach Spektren von M. MIYAKE (1965) in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

Von den 20 Spektren für die w -Komponente nach H. E. CRAMER et al. wurden 14 in 16 m Höhe und sechs gleichzeitig in 16 m und 40 m Höhe gemessen. Bei zwei Experimenten war die thermische Schichtung adiabatisch, bei sieben labil und bei elf stabil. In Tabelle 2 sind die Windgeschwindigkeit $\bar{u}$, die Schwankungsquadrate $\overline{w'^2}^{1/2}$ und $\overline{v'^2}^{1/2}$ und die Art der Schichtung während der Messung aufgeführt. Die aus den Spektren der w -Komponente der Windgeschwindigkeit errechneten Werte σ_z sind getrennt nach den verschiedenen Schichtungen und für verschiedene Meßhöhen in den Bildern 6 bis 9 bis zu einer Entfernung von etwa 8 km wiedergegeben.

Table 2 Weather conditions during the field experiments of H. E. CRAMER et al. (1962)

Tabelle 2 Versuchsbedingungen für die Messungen von H. E. CRAMER et al. (1962)

Exp. Nr.	$\bar{u}$ in ms^{-1}	$\overline{v'^2}^{1/2}$ in ms^{-1}	$\overline{w'^2}^{1/2}$ in ms^{-1}	Schichtung	Meßhöhe in m
1	4,78	0,894	0,399	labil	16
2	3,82	0,239	0,128	stabil	16
3	5,92	1,11	0,657	adiabatisch	16
4	4,19	0,430	0,250	stabil	16
5	4,42	0,410	0,268	stabil	16
6	4,05	0,974	0,562	labil	16
7	3,76	0,595	0,373	adiabatisch	16
8	8,20	1,72	0,813	labil	16
9	5,53	0,607	0,453	stabil	16
10	6,12	1,71	0,703	labil	16
11	5,81	1,23	0,668	labil	16
12	3,67	0,292	0,209	stabil	16
13	5,03	0,562	0,413	stabil	16
14	4,21	0,524	0,387	stabil	16
15	7,31	0,509	0,399	stabil	40
16	6,48	1,61	0,998	labil	40
17	6,69	1,38	0,880	labil	40
18	5,48	0,319	0,222	stabil	40
19	6,61	0,632	0,463	stabil	40
20	5,80	0,580	0,445	stabil	40

Die einzelnen Kurven weichen natürlich entsprechend dem unterschiedlichen Grad der Labilität bzw. Stabilität voneinander ab. Vergleicht man aber die Werte der Kurven bei labiler (Bild 6) und stabiler Schichtung (Bild 8) miteinander, so zeigt sich, daß im ersten Fall von einer Entfernung von 200 m an alle Werte größer sind als im zweiten. In den Endpunkten der gezeichneten Kurven sind im labilen Fall alle σ_z -Werte größer als 100 m, im stabilen kleiner als 100 m.

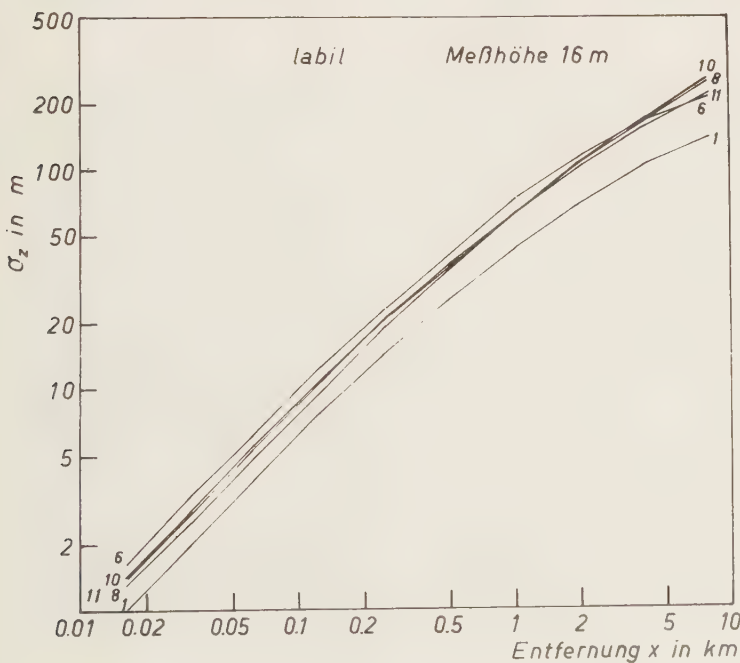


Fig. 6

Diffusion parameter σ_z computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in unstable air as a function of travel distance x .

Bild 6

Streuungen σ_z nach Spektren von H.E. CRAMER et al. (1962) bei labiler Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

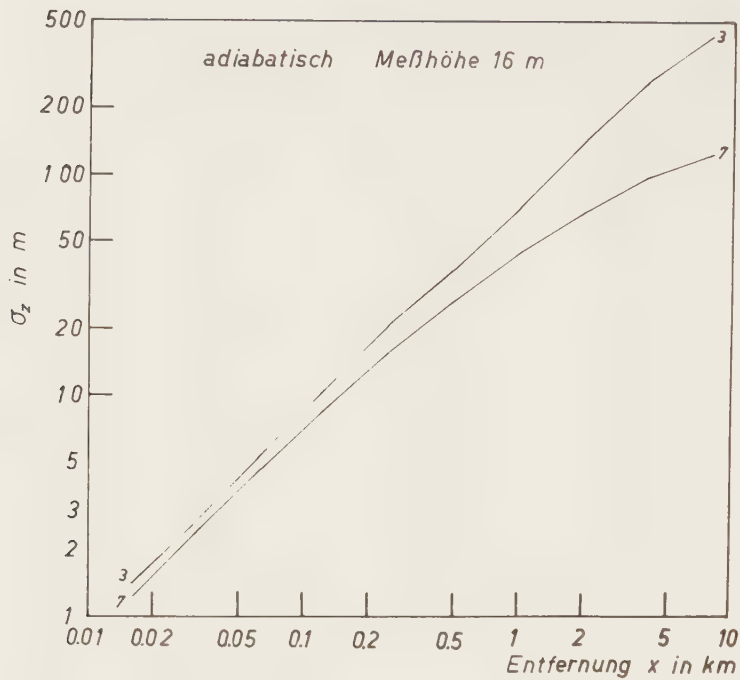


Fig. 7

Diffusion parameter σ_z computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in near-neutral air as a function of travel distance x .

Bild 7

Streuungen σ_z nach Spektren von H.E. CRAMER et al. (1962) bei adiabatischer Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

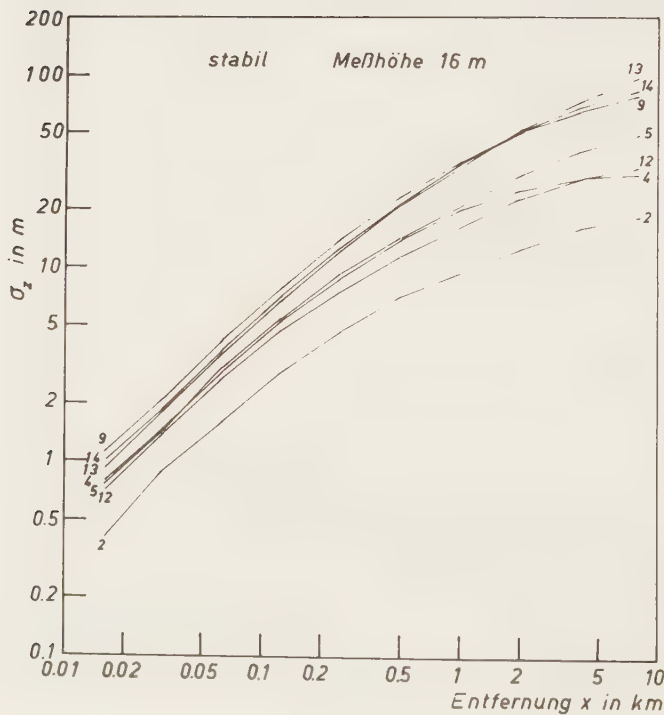


Fig. 8

Diffusion parameter σ_z computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in stable air as a function of travel distance x .

Bild 8

Streuungen σ_z nach Spektren von H.E. CRAMER et al. (1962) bei stabiler Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

Lediglich in geringer Entfernung kommt es zu einer Überschneidung einer Kurve bei labiler mit einer Kurve bei stabiler Schichtung. Es handelt sich dabei um die Kurven 1 und 9. Eine Ausnahme bildet auch die Kurve 3 (Bild 7), die aus einem Spektrum bei adiabatischer Schichtung berechnet wurde. Bei dieser Kurve liegen die Werte in fast allen Entfernungspunkten höher als die Kurven bei labiler Schichtung. Kurve 7 dagegen, die σ_z ebenfalls während einer adiabatischen Schichtung wiedergibt, zeigt den erwarteten Verlauf mit Werten, die zwischen den Kurven der Bilder 6 und 8 liegen.

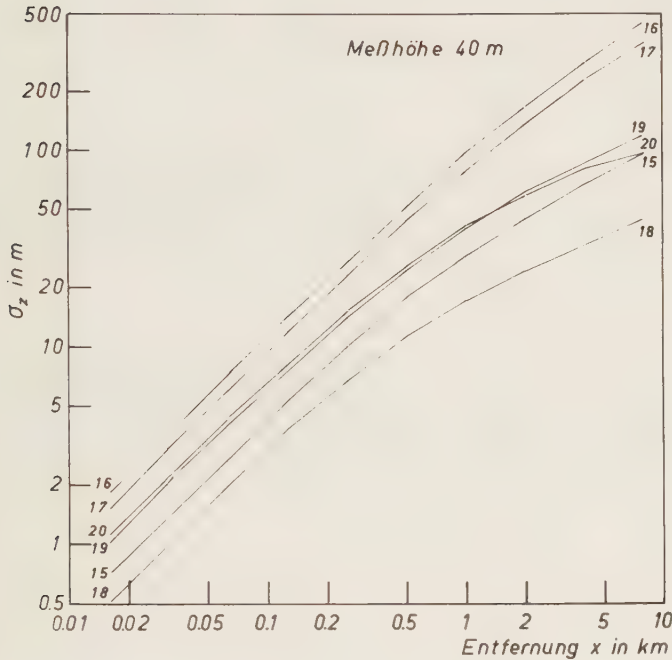


Fig. 9

Diffusion parameter σ_z computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in unstable air (No. 16 and 17) and stable air (No. 15, 18, 19, 20) as a function of travel distance x .

Bild 9

Streuungen σ_z nach Spektren von H.E. CRAMER et al. (1962) bei labiler (Nr. 16 und 17) und stabiler (Nr. 15, 18, 19, 20) Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

In Bild 9 sind die Werte für die Ergebnisse in der Meßhöhe 40 m für labile und stabile Schichtung zusammengefaßt. Die hier verwendeten sechs Spektren wurden gleichzeitig mit Spektren in 16 m Höhe gemessen. Es gehören die Experimente 9 und 15, 10 und 16 usw. zusammen. Im Vergleich zu den Werten für die Meßhöhe 16 m sind die σ_z -Werte für die Meßhöhe 40 m erwartungsgemäß etwas größer, da insgesamt gesehen die Turbulenzenergie mit der Höhe zunimmt. Es ergibt sich auch hier wieder eine eindeutige Trennung zwischen den labilen (Kurve 16 und 17) und den stabilen Fällen.

Mit dem gleichen Verfahren wurden auch die 20 Turbulenzspektren für die horizontale Komponente v nach H. E. CRAMER et al. (1962) ausgewertet. Die Ergebnisse sind in den Bildern 10, 11 und 12 für die Meßhöhe 16 m, wieder getrennt nach der thermischen Schichtung, zusammengefaßt. Die Kurven für die einzelnen Stabilitätsbereiche heben sich auch hier eindeutig voneinander ab.

Am auffallendsten ist jedoch im Vergleich zu den Werten σ_z , daß die Streuungen σ_y mit einem wesentlich geringeren Fehler durch einen Potenzansatz angenähert werden können als die σ_z -Werte. Das gleiche Ergebnis zeigen auch die Kurven für σ_y für die Ausbreitungsklassen nach F. A. GIFFORD (siehe Bild 2), die direkt aus Diffusionsexperimenten gewonnen wurden. Besonders im labilen und adiabatischen Fall kann man die x -Abhängigkeit von σ_y ohne größere Fehler durch ein Potenzgesetz annähern. Erst bei stabiler Schichtung ist eine stärkere Abnahme der Steigung der Kurven festzustellen. Bild 13 zeigt noch die Streuungen σ_y für die Meßhöhe in 40 m.

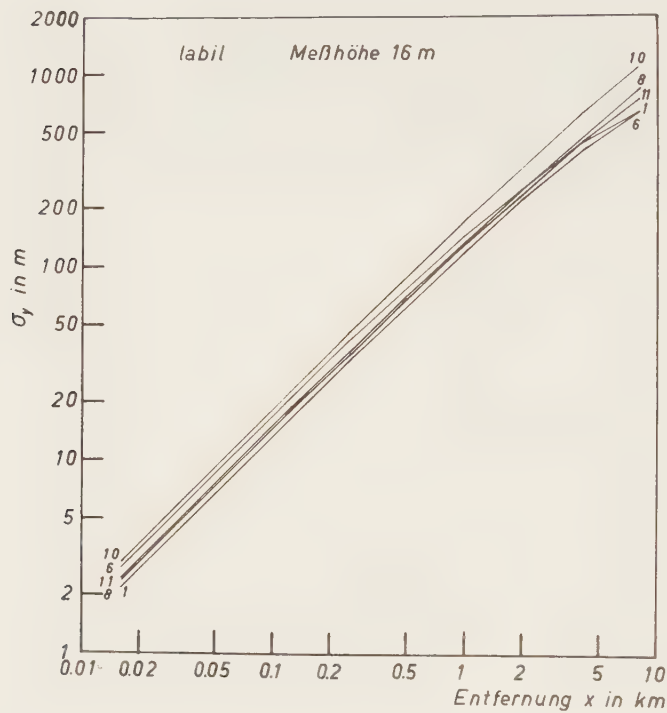


Fig. 10

Diffusion parameter σ_y computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in unstable air as a function of travel distance x .

Bild 10

Streuungen σ_y nach Spektren von H.E. CRAMER et al. (1962) bei labiler Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

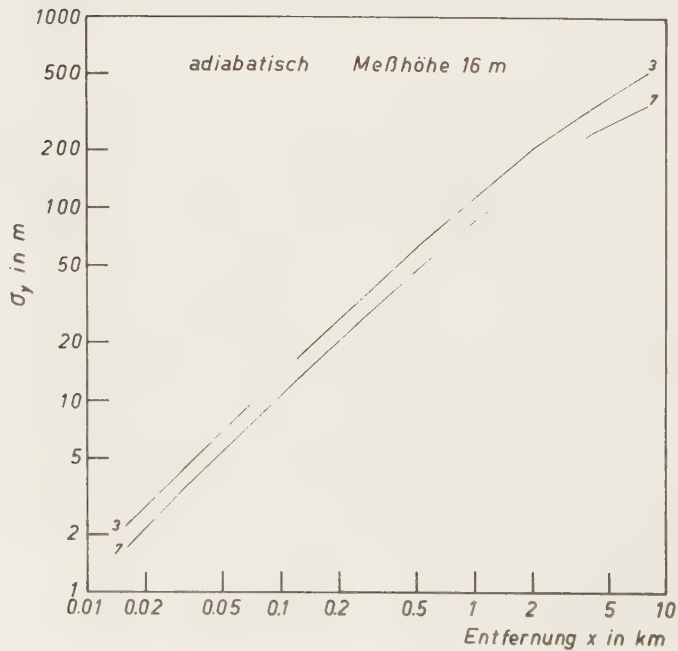


Fig. 11

Diffusion parameter σ_y computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in near-neutral air as a function of travel distance x .

Bild 11

Streuungen σ_y nach Spektren von H.E. CRAMER et al. (1962) bei adiabatischer Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

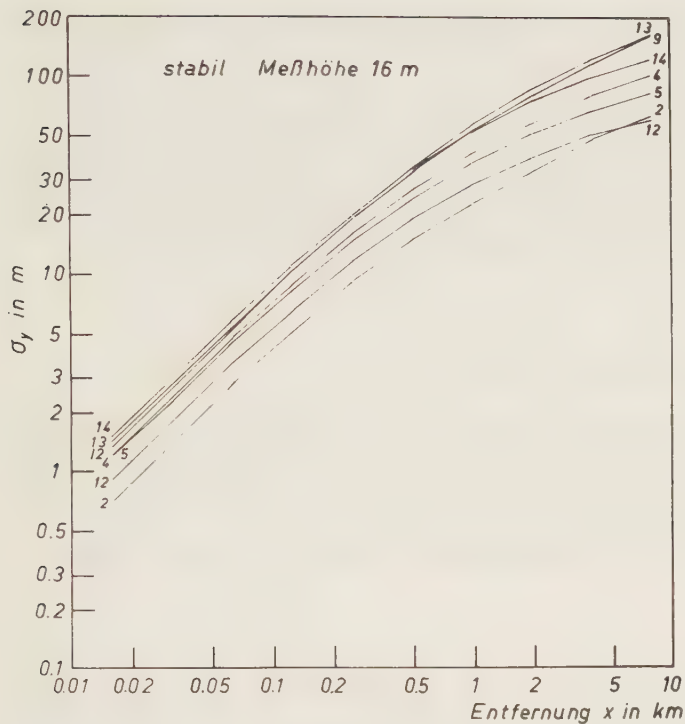


Fig. 12

Diffusion parameter σ_y computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in stable air as a function of travel distance x.

Bild 12

Streuungen σ_y nach Spektren von H.E. CRAMER et al (1962) bei stabiler Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x.

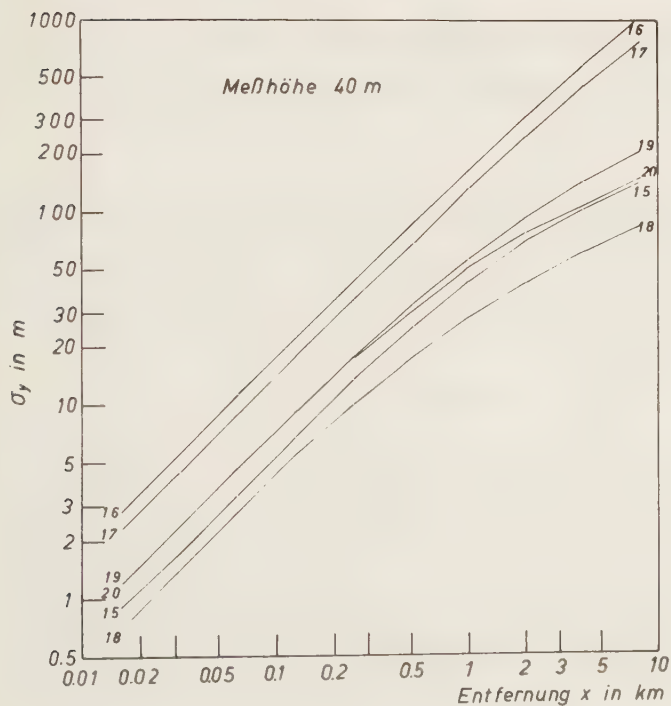


Fig. 13

Diffusion parameter σ_y computed from spectra after H.E. CRAMER et al. (1962) in unstable air (No. 16, 17) and in stable air (No. 15, 18, 19, 20) as a function of travel distance x.

Bild 13

Streuungen σ_y nach Spektren von H.E. CRAMER et al. (1962) bei labiler (Nr. 16 und 17) und stabiler (Nr. 15, 18, 19, 20) Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x.

Der in diesen Darstellungen angegebene Entfernungsbereich hängt von der Meßdauer ab, die zur Ermittlung der Turbulenzspektren gewählt wurde. Sie betrug bei den Experimenten von H. E. CRAMER et al. eine Stunde. Durch die begrenzte Meßzeit werden im Spektrum die niederen Frequenzen abgeschnitten. Für kurze Ausbreitungszeiten bzw. -wege ist dieses Verfahren jedoch allen anderen zur Ermittlung der Ausbreitungsparameter vorzuziehen, da es eine direkte Einbeziehung des Turbulenzspektrums erlaubt, das in Wirklichkeit auch die turbulente Ausbreitung bewirkt und modifiziert. Es sind jedoch, um dieses Verfahren sinnvoll anzuwenden, noch mehr Messungen von Turbulenzspektren aus den Höhen (50 bis 200 m) und über solche Zeiten erforderlich, in denen sich die meisten Transportvorgänge abspielen.

8. Der Ansatz für die Autokorrelationsfunktion

Dort, wo keine Messungen von turbulenten Schwankungen der Windgeschwindigkeitskomponenten zur Verfügung stehen, ist die in den letzten beiden Abschnitten behandelte Methode nicht anwendbar und man muß nach einem anderen Weg suchen. Dabei ist man gezwungen, wenn man das Taylor-Theorem als Ausgangspunkt wählt, für die Autokorrelationsfunktion eine Funktion vorzugeben.

Im Abschnitt 4 ist bereits mit Gl. (13) eine Form für die Autokorrelationsfunktion genannt worden:

$$R_{L,v}(t) = \left(\frac{\nu}{\nu + \overline{v'^2} \cdot t} \right)^n.$$

Die Erfahrung hat jedoch gezeigt, daß diese Gleichung von O. G. SUTTON auf Ausbreitungsparameter führte, mit denen meist im Vergleich zu Messungen zu hohe Konzentrationen errechnet wurden. Bei numerischen Berechnungen (siehe z.B. H. BRESSER (1965), F. WIPPERMANN und W. KLUG (1962)) wird häufig für die molekulare kinematische Viskosität der Wert bei 0 °C $\nu = 1,32 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ genommen.

Table 3 Values for the autocorrelation function according to O. G. SUTTON with $\overline{v'^2} = 0,8 \text{ m/s}$ and $\nu = 1,32 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Tabelle 3 Werte der Autokorrelationsfunktion nach O. G. SUTTON für $\overline{v'^2} = 0,8 \text{ m/s}$ und $\nu = 1,32 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

n	0,25	0,50	0,75
Zeit in s			
0	1,0	1,0	1,0
1	$6,4 \cdot 10^{-2}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$
2	$5,4 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
3	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
4	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$9,1 \cdot 10^{-5}$
5	$4,3 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$7,8 \cdot 10^{-5}$
6	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$6,8 \cdot 10^{-5}$
7	$3,9 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$
8	$3,8 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$5,4 \cdot 10^{-5}$
9	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$

In der Tabelle 3 sind für drei verschiedene Exponenten n (0,25; 0,50; 0,75) und für $\overline{v'^2} = 0,8 \text{ m/s}$ einige Werte der Autokorrelationsfunktion nach der obigen Gleichung wiedergegeben. Die Autokorrelationsfunktion fällt danach bei stabiler Schichtung (n groß) schneller ab als bei labiler Schichtung. Das entspricht der Modellvorstellung, daß bei labiler Schichtung die Turbulenzelemente größer sind und deshalb

auch länger miteinander korrelierbar sind. Entscheidend ist jedoch, daß die Sutton-Autokorrelationsfunktion schon nach einer Sekunde auf einen sehr kleinen Wert abfällt. Bei $n = 0,25$ wird nach einer Sekunde der Wert $R_{L,v}(1\text{ s}) = 0,064$ erreicht. Eulersche Autokorrelationsfunktionen, die an einen festen Punkt im Strömungsfeld in geringer Höhe über dem Erdboden (ca. 2 m) gemessen worden sind, zeigen, daß solche Werte je nach der thermischen Schichtung erst nach mehr als 10 s erreicht werden. Zwei charakteristische Fälle sind in Bild 14 nach H. A. PANOFISKY et al. (1958) wiedergegeben. Es kann angenommen werden, daß mit zunehmender Höhe die Turbulenzelemente größer werden und dann die zugehörigen Autokorrelationsfunktionen noch länger einen größeren Wert beibehalten.

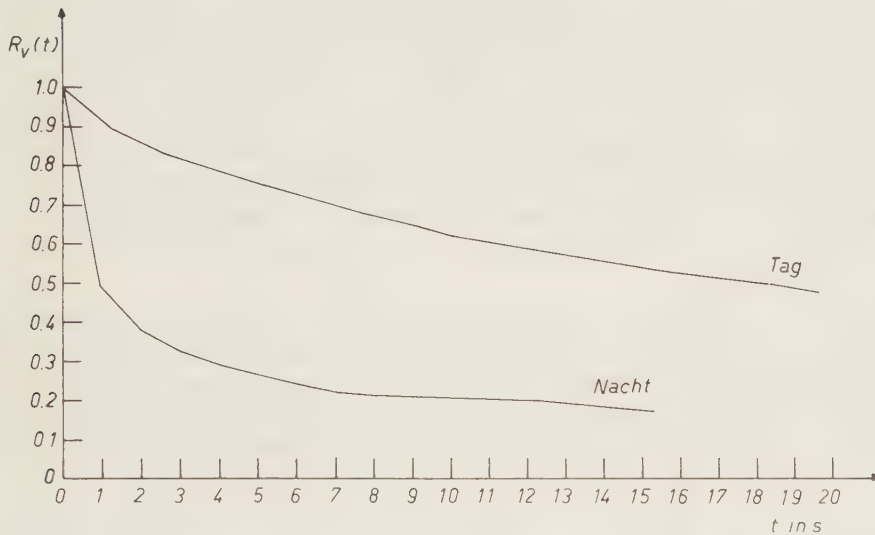


Fig. 14. Characteristical Eulerian correlation functions by day and at night after H.A. PANOFISKY et al. (1962).

Bild 14. Charakteristische Eulersche Korrelationsfunktionen bei Tag und bei Nacht nach H.A. PANOFISKY et al. (1958).

Außerdem weisen die wenigen Untersuchungen über einen Vergleich von Eulerschen und Lagrangeschen Autokorrelationsfunktionen, die bisher bekannt geworden sind (wie z.B. D. A. HAUGEN (1966), J. S. HAY und F. PASQUILL (1959)) darauf hin, daß die Lagrangeschen Autokorrelationsfunktionen langsamer abfallen als die Eulerschen. Nach J. S. HAY und F. PASQUILL ist dafür, wie bereits erwähnt wurde, ein mittleres Verhältnis von 4 anzunehmen. Daraus sieht man, daß sich für den Zeitmaßstab t_L , der durch

$$\int_0^{\infty} R_L(t) dt = t_L$$
 definiert ist, aus dem Ansatz von O. G. SUTTON ein zu kleiner Wert ergibt. Zwar kann

der Zeitmaßstab t_L der Wirklichkeit etwas besser angepaßt werden, indem anstatt der kinematischen Zähigkeit ν die Makroviskosität $N = u_* z_0$ (siehe O. G. SUTTON (1953)) verwendet wird. z_0 bedeutet die Rauigkeitshöhe des Bodens. Aber auch diese Verbesserung reicht nicht aus. Aus einem Vergleich von Diffusionsexperimenten mit den nach dem Sutton-Ansatz berechneten Werten erhält N. F. ISLITZER (1961) einen Wert für $N = 1,24 \cdot 10^5 \nu$. Dieser Wert ist beträchtlich größer als die sonst verwendeten. Ein schneller Abfall der Autokorrelationsfunktion besagt, daß vorwiegend kleine Turbulenzelemente im Transportmedium vorhanden sind. Kleine Turbulenzelemente haben aber für den Ausbreitungsvorgang – etwa bei der Zerstreung einer Rauchfahne – nur so lange eine Bedeutung, wie sie größer als der Durchmesser

der Rauchfahne sind. Wenn die Rauchfahne bereits in ihrer vertikalen oder horizontalen Erstreckung größer ist als die Turbulenzelemente, so bewirken diese nur noch eine Umlagerung der Teilchen innerhalb der Rauchfahne. Zur weiteren Ausbreitung tragen sie nur noch in geringem Maße am Rand der Rauchfahne bei. Quantitativ wird dieser Sachverhalt durch Gl. (24) wiedergegeben.

Vom Turbulenzspektrum her gesehen, das die turbulente Energie pro Frequenzintervall angibt, sind also mit dem Ansatz von O. G. SUTTON für die Autokorrelationsfunktion hauptsächlich nur die hochfrequenten Anteile berücksichtigt worden. Da nach diesem Modell der Ausbreitungsvorgang von dem Moment an, von dem die niederfrequenten Anteile im Spektrum wirksam werden, zu langsam vor sich geht, muß das zu höheren Konzentrationen führen als sie in Wirklichkeit auftreten.

Aufgrund von Dimensionsbetrachtungen über das turbulente Energiespektrum hat E. INOUE (1952) für die Autokorrelationsfunktion einen Verlauf nach einer e-Funktion

$$R_L(t) = \exp(-t/t_L) \quad (31)$$

hergeleitet. Der Zeitmaßstab t_L gibt hier die Zeit an, nach der die Autokorrelation auf den Wert $1/e$ abgefallen ist und geht als entscheidende Größe ein. Er ist mit dem wahren Zeitmaßstab allerdings nur dann identisch, wenn die wahre Autokorrelationsfunktion einer e-Funktion folgt; ansonsten muß man diesen Wert als eine Näherung betrachten. Der Zeitmaßstab hängt von der thermischen Schichtung, der Windgeschwindigkeit und von der Meßhöhe ab.

Da einerseits experimentelle Untersuchungen mit Ballonen von J. K. ANGELL (1960, 1964) in der freien Atmosphäre, andererseits labormäßige Diffusionsexperimente in einem Strömungskanal von P. FRENZEN (1963) ergeben haben, daß die Lagrange-Autokorrelationsfunktion in der Form der Eulerschen ähnlich ist und gut durch eine e-Funktion beschrieben werden kann, wird dieser Ansatz nach E. INOUE hier in der weiteren Rechnung benutzt. Die Größe t_L wird im nächsten Abschnitt für verschiedene Stabilitätsbereiche bestimmt.

9. Bestimmung des Zeitmaßstabes t_L aus Spektren der turbulenten Energie

Wenn die Autokorrelationsfunktion $R_L(t)$ durch eine Exponentialfunktion angenähert wird, so entspricht dieser Funktion ein Spektrum, das sich aus

$$F_L(n) = 4 \int_0^{\infty} \exp(-t/t_L) \cos 2\pi n t \, dt$$

ergibt. Es hat die Gestalt:

$$F_L(n) = \frac{4 t_L}{1 + 4\pi^2 n^2 t_L^2} \quad (32)$$

Gewöhnlich wird jedoch nicht die spektrale Dichte $F(n)$ gegen die Frequenz n aufgetragen, sondern wegen des großen Frequenzbereiches die flächengleiche Transformation durchgeführt

$$\int_0^{\infty} F_L(n) \, dn = \int_0^{\infty} n \cdot F_L(n) \, d(\ln n) \quad (33)$$

und dann $n \cdot F_L(n)$ gegen $\ln n$ aufgetragen. Die Funktion

$$n \cdot F_L(n) = \frac{4 n t_L}{1 + 4\pi^2 n^2 t_L^2} \quad (34)$$

hat ein Maximum bei der Frequenz

$$n_{\max} = \frac{1}{2\pi t_L} \quad (35)$$

Damit ist eine einfache Beziehung zwischen der Lage der maximalen Energie $n \cdot F_L(n)$ und dem Zeitmaßstab t_L hergestellt, auf die E. K. WEBB (1955) zum erstenmal hingewiesen hat.

Wegen der starken Abhängigkeit der Turbulenzspektren von der Windgeschwindigkeit und der Höhe, in der sie gemessen werden, werden sie meist gegen $nz/\bar{u}$ aufgetragen. Die nach dieser Normierung noch verbleibenden Unterschiede der Spektren können dann im wesentlichen der unterschiedlichen Stabilität der Atmosphäre zugeordnet werden. Infolge dieser Normierung ergibt sich aus den Spektren mit der Abszisse $nz/\bar{u}$ die dimensionslose Größe

$$t_L^* = t_L \frac{\bar{u}}{z}$$

bzw.

$$t_L^* = \frac{1}{2\pi \frac{n_{\max} z}{\bar{u}}} \quad (36)$$

Ganz entsprechend erhält man für eine Eulersche Autokorrelationsfunktion oder ein Eulersches Spektrum einen Zeitmaßstab t_E bzw. t_E^* . Aus den verfügbaren gemessenen Eulerschen Spektren der w-Komponente wurde auf diese Weise die dimensionslose Größe t_E^* aus der Lage der maximalen Energiedichte bestimmt. Aus den schon genannten 20 Spektren von H. E. CRAMER et al. (1962), den drei Spektren von M. MIYAKE (1965) und den drei Spektren von A. S. GURVICH (1962) ergaben sich die in Tabelle 4 angeführten Mittelwerte, die für die einzelnen durch die Ri-Zahl gekennzeichneten Stabilitätsbereiche gelten. Diesen Werten haftet allerdings einige Unsicherheit an wegen der geringen Anzahl der Spektren, die zur Bestimmung verwendet wurden, und ebenso wegen der nicht immer eindeutigen Zuordnung zu den Stabilitätsbereichen.

Table 4 Eulerian time scales for different stabilities

Tabelle 4 Eulersche Zeitmaßstäbe für verschiedene Stabilitätsbereiche

Ri	$\frac{n_{\max} z}{\bar{u}}$	t_E^*	Anzahl der Werte
> 0,1	1,59	0,1	1
0,04 – 0,1	0,40	0,4	9
– 0,02 – 0,04	0,23	0,7	13
– 0,08 – – 0,02	(0,18)	(0,9)	interpoliert
– 0,30 – – 0,08	0,13	1,2	3
< – 0,30	(0,11)	(1,5)	extrapoliert

Mit Hilfe der Transformation von J. S. HAY und F. PASQUILL lassen sich die Zeitmaßstäbe t_E auf Lagrangesche Zeitmaßstäbe t_L umrechnen:

$$t_L = \beta t_E$$

$$t_L = \beta \cdot t_E^* \cdot \frac{z}{\bar{u}} \quad (37)$$

Zum Vergleich mit dieser Transformation wird zur Umrechnung bei den folgenden numerischen Berechnungen noch der Transformationsfaktor nach C. F. WANDEL und O. KOFOED-HANSEN (1967) benutzt. Aus theoretischen Betrachtungen leiteten sie unter der Voraussetzung von isotroper und homogener Turbulenz die Beziehung her

$$\beta_z = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\bar{u}}{\sqrt{w'^2}} .$$

Damit ergibt sich

$$t_L = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{z}{\sqrt{w'^2}} \cdot t_E^* . \quad (38)$$

Nach dieser Theorie ist der Transformationsfaktor β umgekehrt proportional zur Turbulenzintensität $I = \sqrt{w'^2} / \bar{u}$.

10. Berechnung von σ_w und σ_v aus dem Wind- und Temperaturprofil

Bei der Verwendung des Taylorschen Theorems (siehe Gl. (8) und Gl. (9)) zur Bestimmung der Ausbreitungsparameter – was hier geschehen soll – ist die Kenntnis der Lagrangeschen Autokorrelationsfunktion $R_L(t)$ und außerdem des mittleren Quadrats der Geschwindigkeitsfluktuationen notwendig. In den vorangehenden Abschnitten wurde ein Weg aufgezeigt, wie die Autokorrelationsfunktion angenähert werden kann und welche Form sie in einzelnen Stabilitätsbereichen infolge des variablen Zeitmaßstabes t_L annimmt.

Im weiteren ist jetzt noch die Frage zu klären, wie sich die Schwankungsquadrate $\overline{w'^2}$ und $\overline{v'^2}$ annähernd aus dem gemessenen Wind- und Temperaturprofil berechnen lassen. Dazu bietet sich die bekannte Ähnlichkeitstheorie von A. S. MONIN und A. M. OBUCHOW (1954) und A. S. MONIN (1964) (siehe auch J. S. LUMLEY und H. A. PANOFISKY (1964)) an.

Nach dieser Theorie können die Turbulenzvorgänge in der bodennahen Luftschicht durch drei Größen beschrieben werden. Diese drei Größen sind der Faktor $g/\bar{T}$, der die archimedischen Auftriebskräfte berücksichtigt, die Schubspannung τ und der turbulente Strom fühlbarer Wärme L . An Stelle der Schubspannung wird ein charakteristisches Geschwindigkeitsmaß u_* durch

$$\tau = \bar{\rho} u_*^2 \quad (39)$$

eingeführt. Mit u_* und L wird ein charakteristisches Temperaturmaß

$$T_* = \frac{L}{k u_* c_p \bar{\rho}} \quad (40)$$

und aus u_* , L und $g/\bar{T}$ ein charakteristisches Längenmaß

$$L_* = \frac{u_*^3 \bar{\rho} c_p \bar{T}}{k g L} \quad (41)$$

definiert. Für das Windprofil ergibt sich dann die Darstellung

$$\frac{kz}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \phi_M \left(\frac{z}{L_*} \right) \quad (42)$$

mit der Näherung $\phi_M \left(\frac{z}{L_*} \right) = 1 + \alpha \frac{z}{L_*}$ für $\left| \frac{z}{L_*} \right| < 1$. Entsprechend ist auch der dimensionslose Ausdruck für das Temperaturprofil

$$\frac{z}{T_*} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} = \phi_H \left(\frac{z}{L_*} \right) \quad (43)$$

eine Funktion von z/L_* . Auch für ϕ_H kann eine Näherung der Form

$$\phi_H = 1 + \alpha_T \frac{z}{L_*}$$

verwendet werden, falls $\left| \frac{z}{L_*} \right| < 1$. Durch Integration von Gl. (42) und Gl. (43) ergeben sich unter den angeführten Näherungen für ϕ_M und ϕ_H die Profile für die Windgeschwindigkeit und die Temperatur in der bekannten linear-logarithmischen Form:

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \left(\ln \frac{z}{z_0} + \frac{\alpha}{L_*} (z - z_0) \right) \quad (44a)$$

bzw.
$$\bar{u} = a_u \ln z + b_u z + c_u \quad (44b)$$

und
$$\bar{\Theta} = T_* \left(\ln \frac{z}{z_0} + \frac{\alpha_T}{L_*} (z - z_0) \right) \quad (45a)$$

bzw.
$$\bar{\Theta} = a_T \ln z + b_T z + c_T . \quad (45b)$$

In ähnlicher Weise kann für $\bar{w}'^2$ angesetzt werden

$$\frac{\bar{w}'^2}{u_*} \sim \phi_w \left(\frac{z}{L_*} \right) . \quad (46)$$

Da bei adiabatischer Schichtung ($L = 0$, $L_* \rightarrow \infty$) nur die Schubspannung auf $\bar{w}'^2$ einen Einfluß hat, ist $\phi_w(0) = 1$.

Im adiabatischen Fall muß also gelten

$$\bar{w}'^2 \sim A u_* . \quad (47)$$

Aus Messungen von $\bar{w}'^2$ bei adiabatischer Schichtung und gleichzeitiger Berechnung von u_* aus dem Windprofil ergibt sich für A ein Mittelwert von 1,05 (siehe J. S. LUMLEY und H. A. PANOFISKY (1964)).

Bei diabatischer Schichtung gilt dann

$$\bar{w}'^2 \sim A u_* \phi_w \left(\frac{z}{L_*} \right) . \quad (48)$$

Aufgrund von Dimensionsbetrachtungen konnten H. A. PANOFISKY und R. A. McCORMICK (1960) eine brauchbare Beziehung für ϕ_w angeben

$$\phi_w \left(\frac{z}{L_*} \right) = \left(\frac{kz}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \delta \frac{z}{L_*} \right)^{1/3} . \quad (49)$$

Wählt man an Stelle von z/L_* als Variable Ri , so kann man auch schreiben

$$\phi_w \left(\frac{z}{L_*} \right) = F(Ri) = \left[\frac{kz}{u_*} \frac{\bar{u}}{z} \left(1 - \delta \frac{K_H}{K_M} Ri \right)^{1/3} \right] \quad (50)$$

Es ergibt sich damit also

$$\overline{w'^2}^{1/2} = A u_* \left[\frac{kz}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left(1 - \delta \frac{K_H}{K_M} Ri \right)^{1/3} \right] \quad (51)$$

A. S. MONIN (1959) gewinnt einen Ausdruck für $\phi_w(z/L_*)$ aus der Bilanzgleichung für die turbulente Energie (siehe Teil II), indem er für die Dissipation ϵ ansetzt

$$\epsilon = K_M \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 - \alpha \frac{g}{T} K_H \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} .$$

Aus der Annahme, daß $K_M \sim \overline{w'^2}^{1/2} \cdot l$, wobei l ein Längenmaß (Mischungsweg) der Turbulenz ist, findet er schließlich

$$\phi_w \left(\frac{z}{L_*} \right) = \left(1 - \frac{z}{L_*} \right)^{1/4}$$

und damit die Näherung

$$\overline{w'^2}^{1/2} = A u_* \left(1 - \frac{1}{4} \frac{z}{L_*} \right) , \quad (52)$$

die nur für $\left| \frac{z}{L_*} \right| \ll 1$ gültig ist. In seiner Herleitung ist außerdem noch die Voraussetzung $K_M = K_H$ enthalten.

Um die beiden Formeln für $\overline{w'^2}^{1/2}$ vergleichen zu können, müssen aus dem Wind- und Temperaturprofil die Werte für Ri , u_* und L_* berechnet werden. Bei der Verwendung von Gl. (51) wurde $\delta K_H/K_M = 4$ gesetzt. J. S. LUMLEY und H. A. PANOFKY konnten mit diesem Wert die beste Übereinstimmung mit Meßwerten erreichen.

An der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München werden in acht Höhen die Windgeschwindigkeit und die Lufttemperatur gemessen. Die Meßstellen liegen in 0,2, 0,5, 1,0, 2,0, 5,0, 10,0, 20,7 und 52,7 m für die Windgeschwindigkeit und in 0,2, 0,5, 1,0, 2,0, 5,0, 9,7 19,7 und 48,3 m für das Temperaturprofil. Zur Berechnung werden Stundenmittelwerte der Windgeschwindigkeit und der Temperatur verwendet.

Mit der Methode der kleinsten Quadrate wurden aus diesen Meßwerten die Koeffizienten a_u , b_u , c_u bzw. a_T , b_T und c_T der Gln. (44b) und (45b) bestimmt.

u_* ergibt sich aus

$$a_u = \frac{u_*}{k} \quad (53)$$

und für $\partial \bar{u} / \partial z$ ergibt sich aus Gl. (44b)

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = a_u \frac{1}{z} + b_u . \quad (54)$$

Entsprechend folgt für $\partial \bar{\Theta} / \partial z$ aus Gl. (45b)

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} = a_T \frac{1}{z} + b_T . \quad (55)$$

Damit sind alle notwendigen Größen für die Berechnung von $\overline{w'^2}^{1/2}$ nach Gl. (51) bekannt.

Für die Gl. (52) ist außer u_* auch L_* zu berechnen. Es ist grundsätzlich möglich, L_* unter Voraussetzung $K_H = K_M$ aus dem Wind- und Temperaturprofil nach Gl. (44a) und Gl. (45a) zu berechnen. Beim Vergleich der beiden Formeln für $\overline{w'^2}^{1/2}$ wurde hier aber eine andere Methode gewählt. W. C. SWINBANK (1964) hat ein Exponentialgesetz für das vertikale Windprofil hergeleitet, aus dem allein aus den gemessenen Windgeschwindigkeiten in drei Höhen die Größen u_* und L_* berechenbar sind. Das Exponentialgesetz lautet

$$\bar{u}_2 - \bar{u}_1 = \frac{u_*}{k} \left[\frac{\exp(z_2/L_*) - 1}{\exp(z_1/L_*) - 1} \right] \quad (56)$$

bzw.

$$\frac{\bar{u}_3 - \bar{u}_1}{\bar{u}_2 - \bar{u}_1} = \frac{\ln \left[\frac{\exp(z_3/L_*) - 1}{\exp(z_1/L_*) - 1} \right]}{\ln \left[\frac{\exp(z_2/L_*) - 1}{\exp(z_1/L_*) - 1} \right]} \quad (57)$$

Allerdings läßt sich die letzte Gleichung für L_* nur iterativ lösen, wobei man die hebbare Unstetigkeit für $L_* \rightarrow \infty$, d.h. bei adiabatischer Schichtung, zu beachten hat. Setzt man

$$X = \exp \left(\frac{1}{L_*} \right)$$

$$q = \frac{\bar{u}_3 - \bar{u}_1}{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}$$

und entlogarithmiert Gl. (57), so erhält man folgende Funktion

$$F(X) = \frac{X^{z_3-1} - 1}{X^{z_1-1} - 1} - \left(\frac{X^{z_2-1} - 1}{X^{z_1-1} - 1} \right)^q, \quad (58)$$

die man nach dem Newton-Raphson Verfahren für X iterativ lösen kann. Die gesuchte Größe $1/L_*$ ergibt sich dann aus

$$\frac{1}{L_*} = \ln X.$$

Aus Gl. (56) läßt sich anschließend auch u_* bestimmen. Bevor jedoch die $\overline{w'^2}^{1/2}$ -Werte nach den obigen Gln. (51) und (52) miteinander verglichen werden, sollen erst kurz die errechneten Schubspannungsgeschwindigkeiten u_* betrachtet werden.

In Tabelle 5 sind Schubspannungsgeschwindigkeiten u_* nach den zwei Berechnungsmöglichkeiten für einen Tag angegeben. Diesen Rechnungen liegen die Meßdaten der Meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München vom September 1966 zugrunde. Die Windprofilmessungen wurden mit Anemometern durchgeführt, die keine Anlaufgeschwindigkeit haben (siehe G. HOFMANN (1964)) und besonders

Table 5 Friction velocities u^* in m/s according to eq. (53) u_{*M} and eq. (56) u_{*s} on 1.9.1966

Tabelle 5 Schubspannungsgeschwindigkeit u_* in m/s nach Gl. (53) u_{*M} und Gl. (56) u_{*s} am 1. 9. 1966

Stunde des Tages	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
u_{*M}	0,17	0,16	0,14	0,14	0,13	0,15	0,19	0,18	0,25	0,34	0,31	0,32
u_{*s}	0,14	0,12	0,11	0,12	0,10	0,11	0,18	0,18	0,21	0,30	0,31	0,31
Stunde des Tages	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
u_{*M}	0,28	0,28	0,26	0,30	0,24	0,20	0,23	0,10	0,10	0,12	0,09	0,06
u_{*s}	0,26	0,27	0,26	0,30	0,23	0,18	0,18	0,10	0,10	0,08	0,08	0,06

sorgfältig geeicht wurden. In u_{*M} , das identisch ist mit u_* in Gl. (53), gehen alle acht Windgeschwindigkeiten des Profils, in u_{*s} , das ist das u_* in Gl. (56), nur die Windgeschwindigkeiten in 0,2, 0,5 und 5,0 m Höhe ein. Wie die Tabelle zeigt, liefern die beiden Methoden gut übereinstimmende Werte. Die Abweichungen betragen in den meisten Stunden weniger als 10 %. Besonders tagsüber ist die Übereinstimmung zufriedenstellend. Im allgemeinen sind die Werte nach dem Exponentialwindprofil geringfügig kleiner als die Werte nach Gl. (53), was auf die unterschiedliche Berücksichtigung der thermischen Schichtung in den Formeln zurückgeführt werden kann.

Im folgenden werden einige Werte für $\overline{w'^2}^{1/2}$ nach den beiden angeführten Berechnungsmethoden miteinander verglichen. Für den 3. 9. 66 sind die Werte nach den Gln. (51) und (52) in der Tabelle 6 enthalten. Man sieht daraus, daß sich die Werte erheblich voneinander unterscheiden. Gl. (52) liefert fast stets Werte, die sich oft um mehr als einen Faktor 2 von denen nach Gl. (51) unterscheiden. Die Ursache dafür

Table 6 $\overline{w'^2}$ in m/s according to eq. (51) and eq. (52)

Tabelle 6 $\overline{w'^2}^{1/2}$ in m/s nach Gl. (51) und Gl. (52)

Stunde des Tages	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\overline{w'^2}^{1/2}$ Gl. (51)	0,16	0,09	0,23	0,00	0,17	0,24	0,15	0,27	0,45	0,56	0,58	0,61
$\overline{w'^2}^{1/2}$ Gl. (52)	0,04	0,08	0,09	0,00	0,03	0,10	0,03	0,14	0,30	0,37	0,38	0,39
Stunde des Tages	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\overline{w'^2}^{1/2}$ Gl. (51)	0,55	0,42	0,34	0,44	0,43	0,32	0,26	0,21	0,18	0,07	0,11	0,07
$\overline{w'^2}^{1/2}$ Gl. (52)	0,41	0,31	0,24	0,31	0,25	0,21	0,14	0,05	0,02	0,00	0,02	0,00

muß zu einem Teil in der ungenügenden Berücksichtigung der thermischen Schichtung bei alleiniger Benutzung des Windprofils, wie dies bei Gl. (52) zur Bestimmung von L_* geschehen ist, gesehen werden. Da außerdem Gl. (51) durch J. S. LUMLEY und H. A. PANOFISKY einer großen Anzahl von Messungen von $\overline{w'^2}$ durch die Festlegung von $\delta(K_H/K_M)$ angepaßt wurde, wird dieser Gleichung für die weitere Berechnung der Vorzug gegeben.

Von einer gewissen Stabilität an wird der Ausdruck unter der dritten Wurzel in Gl. (51) jedoch negativ und $\overline{w'^2}$ ist unbestimmt. Der Modellvorstellung gemäß ist dann die Stabilität so groß geworden, daß keine turbulenten Schwankungen mehr auftreten können. $\overline{w'^2}^{1/2}$ wird in diesen Fällen gleich null gesetzt.

Die für den gesamten September 1966 berechneten Werte $\overline{w'^2}^{1/2}$ liegen im Bereich 0,0–0,90 m/s. Die höchsten mittleren Schwankungsquadrate wurden für den 15.9.1966 in den frühen Nachmittagsstunden errechnet. An diesem lag die Windgeschwindigkeit in 20 m Höhe bei 7 m/s. Gleichzeitig sorgte eine kräftige Einstrahlung auch für genügende Labilisierung, so daß eine große turbulente Energie zu erwarten war. $\overline{w'^2}^{1/2}$ hatte in drei Stunden dieses Tages Werte über 0,80 m/s.

Nach der zur Berechnung von $\overline{w'^2}$ benutzten Ähnlichkeitstheorie von A. S. MONIN und A. M. OBUCHOW sollte auch das mittlere Schwankungsquadrat $\overline{v'^2}$ der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen in der Form

$$\overline{v'^2}^{1/2} = B u_* \phi_v \left(\frac{z}{L_*} \right)$$

angesetzt werden können, wobei die erforderliche Proportionalitätskonstante B durch das Experiment zu bestimmen ist. Diese Methode stößt aber hier auf Schwierigkeiten. Trotz zahlreicher Messungen, die bisher durchgeführt worden sind, ist eine brauchbare Form der Funktion $\phi_v(z/L_*)$ noch nicht gefunden worden. H. A. PANOFISKY und B. PRASAD (1965) haben zwar eine Vielzahl von Messungen für $\overline{v'^2}$

zusammengetragen und einen funktionellen Zusammenhang mit einem Stabilitätsparameter anzugeben versucht; die Streuung der Meßwerte ist aber zu groß, so daß man von einer Anwendung absehen muß. Die genannten Autoren vermuten, daß die Größe $\overline{v'^2}$ viel mehr von der lokalen Orographie um den Beobachtungspunkt beeinflusst wird als $\overline{w'^2}$. In diesem Fall wird $\phi_v(z/L_*)$ auch von Ort zu Ort verschieden sein. Selbst für den adiabatischen Fall, wenn $\overline{v'^2}^{1/2} = B u_*$ ($\phi_v(0) = 1$), konnten bisher noch keine eindeutigen Angaben über die Konstante B gemacht werden, für die fast bei jedem Experiment ein anderer Wert ermittelt wurde.

Eine interessante Bemerkung zur Bestimmung von $\overline{v'^2}$ mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie nach A. S. MONIN und A. M. OBUCHOW hat K. L. CALDER (1966) gemacht; er versucht aufgrund von theoretischen Überlegungen nachzuweisen, daß eine Anwendung der Theorie in dieser Form auf das Schwankungsquadrat der horizontalen Komponente nicht begründet ist.

Die einzige Möglichkeit, um zu Angaben über $\overline{v'^2}$ zu kommen, besteht in der direkten Messung mit trägheitsarmen Meßfühlern. Dieser Weg ist an der meteorologischen Station in Garching zur Zeit noch nicht möglich, da noch keine geeigneten Meßfühler zur Verfügung stehen. Aus diesem Grund mußte leider auch auf eine Berechnung des Ausbreitungsparameters σ_y verzichtet werden.

11. Rechenergebnisse für die Streuung σ_z aus dem mittleren Temperatur- und Windprofil

Nach dem in den letzten Abschnitten Gesagten können jetzt die Streuungen σ_z aus dem Taylor-Theorem auf folgende Weise ermittelt werden:

In Gl. (9a) oder (9b) wird der Ansatz für die Autokorrelationsfunktion nach Gl. (31) eingeführt. Daraus erhält man durch Integration

$$\begin{aligned}\sigma_z^2 &= 2 \overline{w'^2} \int_0^T (T - \tau) \exp\left(-\frac{\tau}{t_L}\right) d\tau \\ &= 2 \overline{w'^2} t_L^2 \left\{ \exp\left(-\frac{T}{t_L}\right) + \frac{T}{t_L} - 1 \right\} .\end{aligned}\quad (59)$$

Setzt man für $\overline{w'^2}$ noch Gl. (51) ein, so sind alle Größen zur Berechnung von σ_z^2 aus den mittleren Meßwerten des Wind- und Temperaturprofils bestimmt, sofern man t_L nach Gl. (37) berechnet und dabei für t_E^* die angegebenen Werte einsetzt.

In der bodennahen Luftschicht ist das Verhältnis $\overline{w'^2}/\overline{u}^2$ fast nur eine Funktion der Stabilität, etwa der Ri-Zahl; man stellt deshalb (siehe F. WIPPERMANN (1968)) σ_z als Funktion des Ausbreitungsweges $x = \overline{u} T$ dar, denn analog zu Gl. (10b) gilt für kleine Ausbreitungszeiten

$$\sigma_z^2 = \frac{\overline{w'^2}}{\overline{u}^2} x^2 .$$

σ_z ist bei einer bestimmten thermischen Schichtung, für die $\overline{w'^2}/\overline{u}^2$ dann einen festen Wert hat, unabhängig von $\overline{u}^2$ und damit nur eine Funktion von x . Aus diesem Grunde wird auch in Gl. (59) $x = \overline{u} T$ eingeführt und man erhält schließlich

$$\sigma_z^2 = 2 A^2 u_*^2 \left[\frac{kz}{u_* z} (1 - 4 Ri) \right]^{2/3} t_L^2 \left\{ \exp\left(-\frac{x}{\overline{u} t_L}\right) + \frac{x}{\overline{u} t_L} - 1 \right\} .\quad (60)$$

Zunächst sollen einige Ergebnisse für den Zeitmaßstab t_L betrachtet werden. Für den Monat September 1966, für den die Berechnungen durchgeführt wurden, ergaben sich Werte im Bereich von 2 s bis über 100 s.

Für den 3.9.1966 sind die Zeitmaßstäbe t_L für jede Stunde in Tabelle 7 enthalten. Das ist ein Tag, für den relativ niedrige Zeitmaßstäbe errechnet wurden; sie gelten für eine Höhe $z = 20$ m. Es fällt bei diesen Werten auf, daß der Transformationsfaktor β nach C. F. WANDEL und O. KOFOED-HANSEN im

Table 7 Time scales t_L according to eq. (37) and eq. (38) on 3.9.1966 for the height $z = 20$ m

Tabelle 7 Zeitmaßstäbe t_L nach Gl. (37) und Gl. (38) am 3.9.1966 für $z = 20$ m Höhe

Stunde des Tages	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Gl. (37)	2	2	2	2	2	2	2	2	10	9	8	8	8	7	5	10	8	6	7	2	2	2	2	2 s
Gl. (38)	6	10	4	—	6	4	6	3	18	15	14	14	15	15	11	19	15	12	14	4	5	13	8	14 s

Durchschnitt um den Faktor 2 größer ist als der von F. PASQUILL angegebene Wert $\beta = 4$. Deshalb ergeben sich auch nach Gl. (38) größere Zeitmaßstäbe. Da in dieser Gleichung auch $\overline{w'^2}$ enthalten ist, versagt diese Bestimmungsgleichung für t_L in den Fällen, in denen kein $\overline{w'^2}$ bestimmt werden kann, bzw. in denen $\overline{w'^2} = 0$ ist. Das kam beispielsweise in der vierten Stunde am 3.9.1966 vor.

Da D. A. HAUGEN (1966) den von F. PASQUILL angegebenen Faktor $\beta = 4$ für quasistationäre Versuchsbedingungen anhand von Diffusionsexperimenten bestätigt hat, wird dieser Wert auch hier bei der Berechnung von σ_z für 20 m Höhe nach Gl. (60) benützt.

Je zwei charakteristische Kurven für adiabatische, labile und stabile Schichtungen sind in Bild 15 enthalten. Die zugehörigen meteorologischen Daten sind in Tabelle 8 angegeben. Die Kurven 3 und 4 sind Fälle bei labiler Schichtung und ergeben die höchsten Werte für σ_z . Die Kurven 5 und 6 liegen am niedrigsten und stellen die Streuungen für zwei Stunden mit stabiler Schichtung dar. Zwischen beiden Gruppen verlaufen die Kurven 1 und 2 als Beispiele für nahezu adiabatische Schichtung. In dieser Größenordnung liegen alle nach dieser Methode berechneten Streuungen σ_z . Die maximalen σ_z -Werte wurden für den 2.9.1966 von $14^{00} - 15^{00}$ ermittelt mit $\sigma_z = 385$ m in 20 km Entfernung; t_L betrug für diese Stunde 73 s.

Table 8 Turbulence and stability parameters for the curves in figure 15

Tabelle 8 Turbulenz- und Schichtungsparameter für die Kurven von Bild 15

Nr.	Tag	Uhrzeit	Ri_{20m}	$\bar{u}_{20}$ in m/s	u_* in m/s	σ_w in m/s	t_L in s
1	3.9.1966	11 ⁰⁰ – 12 ⁰⁰	– 0,06	10,0	0,49	0,61	8
2	5.9.1966	8 ⁰⁰ – 9 ⁰⁰	0,03	7,6	0,37	0,42	8
3	4.9.1966	12 ⁰⁰ – 13 ⁰⁰	– 1,99	2,0	0,13	0,26	62
4	8.9.1966	12 ⁰⁰ – 13 ⁰⁰	– 1,14	2,9	0,13	0,25	43
5	14.9.1966	1 ⁰⁰ – 2 ⁰⁰	0,17	5,1	0,23	0,22	2
6	13.9.1966	19 ⁰⁰ – 20 ⁰⁰	0,11	3,9	0,18	0,20	2

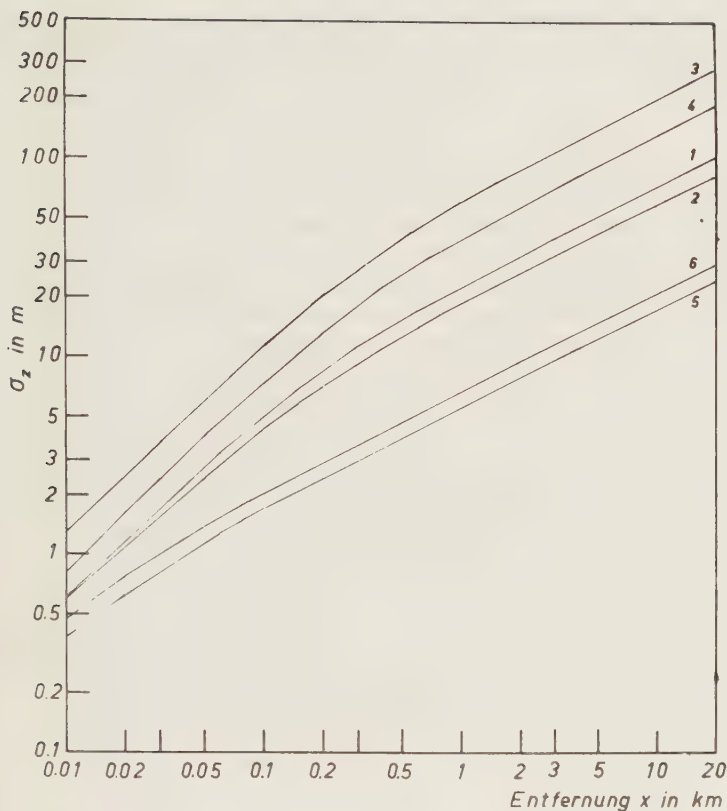


Fig. 15

Diffusion parameter σ_z according to eq. (60) in unstable (No. 3, 4) in near-neutral air (No. 1, 2) and in stable air (No. 5, 6) as a function of travel distance x .

Bild 15

Streuungen σ_z nach Gl. (60) für labile (Nr. 3, 4), adiabatische (Nr. 1, 2) und stabile (Nr. 5, 6) Schichtung in Abhängigkeit vom Ausbreitungsweg x .

Stellt man einen kurzen Vergleich dieser in Bild 15 angegebenen Werte mit den entsprechenden Ergebnissen, die aus den Turbulenzspektren für die Meßhöhe 16 m gewonnen wurden, an, so ist eine recht gute Übereinstimmung festzustellen. Aus den Spektren bei labiler Schichtung (siehe Bild 6) wurden beispielsweise für eine Entfernung von 8 km Streuungen σ_z von 138 bis 260 m errechnet. Die beiden in Bild 15 eingezeichneten Kurven geben für die gleiche Entfernung 120 und 180 m an. Bei stabiler und adiabatischer Schichtung allerdings liegen die Werte nach Gl. (60) niedriger als die entsprechenden in den Bildern 7 und 8. Wie gut die Übereinstimmung von Gl. (60) mit dem Verfahren von J. S. HAY und F. PASQUILL ist, kann jedoch nur durch gleichzeitige Anwendung beider Methoden für mehrere Stunden, in denen sowohl Messungen von turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen als auch Profilmessungen vorhanden sind, erfolgen.

Vorher sollten jedoch noch eine Reihe von Turbulenzspektren, die bei einer genau definierten thermischen Schichtung gemessen worden sind, zur besseren Bestimmung der Schichtungsabhängigkeit von t_E^* bzw. t_L herangezogen werden. Erst wenn die in dieser Arbeit für t_E angegebenen Werte durch wesentlich mehr gemessene Spektren besser abgestützt werden, führt Gl. (60) allein aus Messungen des Wind- und Temperaturprofils zu brauchbaren Ergebnissen für die Streuung σ_z .

Literatur

- ANGELL, J. K. (1960): An analysis of operational 300 mb transosond flights from Japan in 1957 – 1958. *J. Met.* **17**, p. 20.
- ANGELL, J. K. (1964): Measurements of Lagrangian and Eulerian properties of turbulence at a height of 2500 ft. *Quart. J. R. Met. Soc.* **90**, p. 57.
- BRESSER, H. (1965): Beitrag zur Berechnung der SO₂-Immission in der Umgebung von Großkraftwerken. Protokoll zur Informations- und Arbeitstagung im Kernforschungszentrum Karlsruhe am 24. und 25. 6. 1965, S. 43.
- CALDER, K. L. (1966): Concerning the similarity theory of A. S. MONIN and A. M. OBUCHOV for the turbulent structure of the thermally stratified surface layer of the atmosphere. *Quart. J. R. Met. Soc.* **92**, p. 141.
- CRAMER, H. E. (1959): A brief survey of the meteorological aspects of atmospheric pollution. *Bull. Amer. Met. Soc.* **40**, p. 165.
- CRAMER, H. E. et al. (1962): Studies of the spectra of the vertical fluxes of momentum, heat and moisture in the atmospheric boundary layer. Final Report, Contract No. DA-36-039-SC-80209, Mass. Inst. of Techn., Meteorology Department.
- ERTEL, H. (1937): Tensorielle Theorie der Turbulenz. *Ann. d. Hydr. u. Marit. Meteorologie* **65**, S. 193.
- FORTAK, H. (1957): Zur allgemeinen Berechnung von Suspensionsverteilungen in turbulenten Strömungsfeldern. *Gerl. Beitr. Geophys.* **66**, S. 65.
- FORTAK, H. (1964): Einbeziehung der Sinkgeschwindigkeit und partiellen Absorption am Erdboden in die Ausbreitungsrechnung speziell im Falle Nicht-Fick'scher Diffusion. *Inst. f. Theoret. Met. d. Freien Universität Berlin*.
- FRENZEN, P. (1964): A laboratory investigation of the Lagrangian autocorrelation function in a stratified fluid. Argonne Nat. Lab. ANL-6794. Contract W-31-109-eng-38, US Atomic Energy Commission.
- GIFFORD, F. A. (1961): Use of routine meteorological observations for estimating atmospheric diffusion. *Nuclear safety*, **2**, p. 47.
- GURVICH, A. S. (1960): Frequenzspektren und Verteilungsfunktionen von vertikalen Windkomponenten. *Izvestia AN SSSR, Ser. Geophys.* **7**. (Siehe auch A. S. MONIN: Experimental data on turbulence in the surface layer of the atmosphere. *J. Geoph. Res.* **67**, 1962, p. 3103.)
- HAUGEN, D. A. (1966): Some Lagrangian properties of turbulence deduced from atmospheric diffusion experiments. *J. Appl. Met.* **5**, p. 446.
- HAY, J. S. and F. PASQUILL (1959): Diffusion from a continuous source in relation to the spectrum and scale of turbulence. *Advances in Geophysics* **6**, p. 345.
- HOFMANN, G. (1964): Ein Schalenkreuzanemometer ohne Anlaufgeschwindigkeit. *Wiss. Mitt. Meteor. Inst. München* Nr. 9, S. 85.
- HÖGSTRÖM, U. (1964): An experimental study on atmosphere diffusion. *Tellus* **16**, p. 205.
- INOUE, E. (1952): On the Lagrangian correlation coefficient for turbulent diffusion and its application to atmospheric diffusion phenomena. *Geophys. Res. Papers* No. 19.
- ISLITZER, N. F. (1961): Short-range atmospheric-dispersion measurements from an elevated source. *J. Met.* **18**, p. 443.
- KAMPE DE FERIET, J. (1939): Les fonctions aléatoires stationnaires et la théorie statistique de la turbulence homogène. *Ann. Soc. Scientifique de Brux.* **59**, p. 145.
- KLUG, W. (1964): Meteorologische Einflußgrößen in der Ausbreitungsrechnung. *Staub* **24**, S. 396.
- KLUG, W. und H. MARKUSCH (1967): Experimente zur Schadstoffausbreitung aus hochgelegenen Quellen. *Forschungsbericht BMWF FB K 67–73. Inst. f. Met. TH Darmstadt*.
- LUMLEY, J. S. and H. A. PANOFKY (1964): The structure of atmospheric turbulence. Interscience Publishers, New York.
- MIYAKE, M. (1965): A constant temperature wind component meter development and application. Final Report, Atomic Energy Commission AT (45–1)–1545, Department of Atm. Sci., University of Washington.
- MONIN, A. S. (1959): Smoke propagation in the surface layer of the atmosphere. *Advances in Geophysics*, **6**, p. 331.
- MONIN, A. S. (1964): Struktur von Windgeschwindigkeits- und Temperaturfeldern in der bodennahen Luftschicht. *Trudy Institut fiziky atmosfery* Nr. 4 Moskau.

- MONIN, A. S. und A. M. OBUCHOW (1954): Fundamentale Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Vermischung in der bodennahen Schicht der Atmosphäre. Deutsche Übersetzung in: Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz, Akademie Verlag, Berlin, 1958, S. 199.
- PANOFSKY, H. A. and R. M. McCORMICK (1960): The spectrum of vertical velocity near the surface. Quart. J. R. Met. Soc. **86**, p. 495.
- PANOFSKY, H. A. and B. PRASAD (1965): Similarity theories and diffusion. Int. J. Air Wat. Poll. **9**, p. 419.
- PANOFSKY, H. A. et al. (1958): The relation between Eulerian time and space spectra. Quart. J. R. Met. Soc. **84**, p. 270.
- PASQUILL, F. (1961): The estimation of the dispersion of windborne material. Met. Mag. **90**, p. 33.
- PASQUILL, F. (1962): Atmospheric diffusion. D. Van Nostrand Comp., London.
- ROTH, R. (1965): Ein Gerät zur Untersuchung der kurzfristigen Schwankungen meteorologischer Parameter. Wiss. Mitt. Meteor. Inst. München Nr. 10.
- SUTTON, O. G. (1932): A theory of eddy diffusion in the atmosphere. Proc. Roy. Soc. A **135**, p. 143.
- SUTTON, O. G. (1934): Wind structure and evaporation in a turbulent atmosphere. Proc. Roy. Soc. A. **146**, p. 701.
- SUTTON, O. G. (1953): Micrometeorology. McGraw-Hill Publishing Comp. London.
- SWINBANK, W. C. (1964): The exponential wind profile. Quart. J. R. Met. Soc. **90**, p. 119.
- TAYLOR, G. I. (1938): The spectrum of turbulence. Proc. Roy. Soc. A **164**, p. 476.
- TURNER, D. B. (1964): A diffusion model for an urban area. J. Appl. Met. **3**, p. 83.
- WANDEL, C. F. and O. KOFOED-HANSEN (1967): On the relation between Eulerian and Lagrangian averages in the statistical theory of turbulence. Risø Report No. 50, Danish Atomic Energy Commission.
- WEBB, E. K. (1955): Autocorrelations and energy spectra of atmospheric turbulence. C.S.I.R.O. Aust. Div. Met. Phys. Tech. Pap. No. 5.
- WIPPERMANN, F. (1963): Diagramme zur Beurteilung der Eignung von Schornsteinhöhen für die Luftreinhaltung. Staub **23**, S. 335.
- WIPPERMANN, F. und W. KLUG (1962): Ein Verfahren zur Bestimmung von Schornsteinmindesthöhen. Int. J. Air Wat. Poll. **6**, p. 27.

The Development of Cyclone Waves at a Stationary, Longwave Basic State

Entwicklung von Zyklonenwellen bei einem langwelligen, stationären Grundzustand

J. Egger

Institut für theoretische Meteorologie der Universität München

Mit 17 Bildern

Eingegangen am 12.9.1968

Summary: In a twodimensional, quasigeostrophic twolayer-model shortwave perturbations are superimposed to a longwave, stationary basic state. On the western side and in the centre of the longwave trough and on the eastern side of the ridge strong developments are taking place. The western side of the ridge is a zone of damping. The influence of meridional and zonal vorticity-advection on the tendency of the shortwave perturbations are being examined.

Zusammenfassung: In einem zweidimensionalen, quasigeostrophischen Zweischichtenmodell werden einem langwelligen, stationären Grundzustand kurzwellige Störungen überlagert. Auf der Westseite und im Zentrum des langwelligen Trops und auf der Ostseite des Keils finden lebhafte Entwicklungen statt. Die Westseite des Keils ist ein Dämpfungsgebiet. Der Einfluß von meridionaler und zonaler Vorticityadvektion, Temperaturadvektion und Vertikalbewegung auf die Tendenz der kurzwelligen Störungen wird genauer untersucht.

Résumé: Dans un modèle à deux dimensions, quasi géostrophique et à deux couches, des perturbations de courte longueur d'onde sont superposées à un courant fondamental constitué d'une onde stationnaire de grande longueur d'onde. A l'ouest et au centre du creux ainsi qu'à l'est de la crête du courant fondamental, les ondes courtes s'amplifient, tandis qu'à l'ouest de la crête elles s'amortissent. L'influence de l'advection de la vorticité le long des méridiens et des parallèles, de l'advection de la température et du mouvement vertical sur l'évolution des perturbations de courtes longueurs d'onde est examinée d'une façon détaillée.

Verzeichnis der verwendeten Symbole

β	Rossby-Parameter
f	Coriolis-Parameter
L	Wellenlänge des Grundzustandes
$\omega = dp/dt$	generalisierte Vertikalgeschwindigkeit im p-System
p	Druck
φ	Geopotential
σ	Maß für die hydrostatische Stabilität
$\vec{g} = (u, v, w)$	geostrophischer Windvektor
$\vec{u}$	Windvektor der Horizontalgeschwindigkeit

Untersuchungen über die Ausbreitung von atmosphärischen Eigenschaften und Luftbeimengungen ¹⁾

Teil II. Die Ausbreitungsklassen nach F. PASQUILL und die mittleren Ausbreitungsbedingungen beim Forschungsreaktor München ²⁾

Investigations on the Diffusion of Atmospheric Properties and Contaminants ¹⁾

Part II. The Stability Classes after F. PASQUILL and the Mean Dispersion Conditions at the Research Reactor Station Munich ²⁾

Franz Fiedler

Meteorologisches Institut der Universität München

Mit 21 Bildern

Eingegangen am 27.2.1969

Zusammenfassung: In der Praxis wird häufig das Schema von F. PASQUILL (1961) zur Charakterisierung des Turbulenzzustandes der bodennahen Luftschicht benutzt. Dieses Schema wird von der Bilanzgleichung für die turbulente Energie her betrachtet. Dabei zeigt sich, daß sich eine ähnliche Schematisierung direkt mit dem Diffusionskoeffizienten für Wärme erreichen läßt.

Mit Hilfe der Ausbreitungsklassen von F. PASQUILL werden die Ausbreitungsbedingungen an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München für den dreijährigen Zeitraum 1962 bis 1964 untersucht. Die Ergebnisse werden in Karten für die Belastung der Umgebung einer Quelle vorgelegt.

Summary: In the practical applications the scheme of PASQUILL (1961) is frequently used for the characterization of the turbulent state in the surface layer. This scheme is considered on the basis of the balance equation for the turbulent energy. It is thus found that a similar schematization can be achieved directly with the diffusion coefficient for heat.

With the aid of the stability classes of PASQUILL the diffusion conditions at the meteorological station of the research reactor Munich are investigated for the three-year period 1962–1964. The results are shown in maps of the dosages in the vicinity of a source.

Résumé: Le schéma de F. PASQUILL (1961) qui reflète les grands traits de l'état turbulent de l'air de la couche du sol est fréquemment utilisé dans la pratique. Ce schéma se déduit de l'équation du bilan de l'énergie de turbulence. Il en résulte aussi pour les coefficients de diffusion une schématisation identique à celle des coefficients de diffusion de la chaleur.

A l'aide des modes de diffusion de PASQUILL, les conditions de diffusion à la station météorologique, située près du réacteur de recherche de Munich ont été examinées au cours de la période triennale 1962–1964. Les résultats sont représentés sur des cartes donnant les retombées au voisinage d'une source.

1. Einleitung

Die Zerstreufähigkeit der Atmosphäre wird in der Theorie meist mit Hilfe eines turbulenten Diffusionskoeffizienten oder mit Ausbreitungsparametern beschrieben. Bei der praktischen Anwendung der Ausbreitungsrechnung ist man jedoch gezwungen, da die benötigten Turbulenzmessungen nur schwer durchführbar sind, die zur Rechnung erforderlichen Parameter aus den täglichen synoptischen Routinebeobachtungen abzuschätzen. Man bedient sich dazu einfacher schematischer Einteilungen des Turbulenzzustandes in sogenannte Ausbreitungsklassen, denen man mittlere Ausbreitungsparameter zuordnet.

¹⁾ Dissertation an der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Ludwig-Maximilians-Universität in München

²⁾ Teil I siehe Beiträge zur Physik der Atmosphäre, Band 42, Heft 3/1969

Die Schematisierung des Turbulenzzustandes erfolgte bisher immer rein empirisch. In diesem zweiten Teil der Arbeit wird das Ziel verfolgt, ausgehend von der Bilanzgleichung für die turbulente Energie über den Diffusionskoeffizienten zu einer genaueren Schematisierung des Turbulenzzustandes zu kommen. Dabei soll auch klar gelegt werden, welche Größen für eine Schematisierung der Ausbreitungsbedingungen als geeignet anzusehen sind. Daran anschließend sollen die Ausbreitungsbedingungen an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München anhand einer solchen Schematisierung untersucht werden.

2. Die Erzeugung der turbulenten Energie

Durch Aufspaltung der augenblicklichen Werte des Geschwindigkeitsvektors $w = (u, v, w)$ und der Zustandsgrößen Temperatur T , Dichte ρ und Druck p in einen Mittelwert und eine Zusatzgröße kann aus der Bewegungsgleichung und der Kontinuitätsgleichung eine Bilanzgleichung für kinetische Energie der turbulenten Zusatzgrößen hergeleitet werden. Die gestrichenen Zusatzgrößen w' , T' , ρ' und p' geben die Beträge des turbulenten Zusatzfeldes an. Wenn von Turbulenz die Rede ist, so ist stets der Einfluß oder die Wirkung dieser Zusatzgrößen gemeint. Die durch diese Schwankungen gegebene kinetische Energie $1/2 \cdot \overline{w'^2}$ wird hier kurz als turbulente Energie bezeichnet.

Die Bilanzgleichung der turbulenten Energie kann nun unter folgenden Bedingungen abgeleitet werden:

$$a) \frac{p'}{\bar{p}} = \frac{\rho'}{\bar{\rho}} + \frac{T'}{\bar{T}} \approx 0,$$

$$b) \bar{w} = (\bar{u}, 0, 0), \text{ d. h. die x-Achse zeigt in Windrichtung,}$$

$$c) \text{ Vernachlässigung kleiner Glieder,}$$

$$d) \text{ horizontale Homogenität.}$$

Nach K. L. CALDER (1949) kann dann die Bilanzgleichung für die turbulente Energie $\bar{E} = 1/2 (\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)$ in der vereinfachten Form geschrieben werden

$$\bar{\rho} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = -\bar{\rho} \epsilon - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} \bar{E} w') + \bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{gL}{c_p \bar{T}} \quad (1)$$

Die einzelnen Größen haben darin folgende Bedeutung:

E ist die turbulente Energie pro Masseneinheit.

$$\epsilon = \nu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}'}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial \bar{v}'}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

die mittlere Energiedissipation pro Zeit- und Masseneinheit (ν = molekulare kinematische Zähigkeit der Luft), $\bar{\rho} \bar{E} w'$ ist die vertikale Komponente des Stromes der turbulenten Energie, $u_* = \sqrt{\tau/\bar{\rho}}$ die Schubspannungsgeschwindigkeit (τ = Schubspannung), g die Erdbeschleunigung, L der turbulente Strom der fühlbaren Wärme, der hier positiv gerechnet wird, wenn er zur Erdoberfläche gerichtet ist, c_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck und T die absolute Temperatur.

Setzt man stationäre Verhältnisse voraus, dann ist $\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = 0$. Aus der Form von ϵ ersieht man, daß $\bar{\rho} \epsilon$

stets positiv ist. Die Energiedissipation vernichtet also ständig turbulente kinetische Energie und wandelt sie in Wärme um. Der zweite Ausdruck auf der rechten Seite von Gleichung (1), der die Divergenz des vertikalen Stromes der turbulenten Energie darstellt, kann sowohl positiv als auch negativ werden, stellt aber keine eigentliche Turbulenzerzeugung bzw. -vernichtung dar. Für die Erzeugung von turbulenter Energie kommen die beiden nächsten Glieder der Gleichung,

$$\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad \text{und} \quad \frac{gL}{c_p \bar{T}}, \text{ in Betracht.}$$

Der Term $\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ stellt die durch Scherung erzeugte Turbulenzenergie dar.

Dieser Anteil der Turbulenzenergie wird gewöhnlich mit mechanischer Turbulenz bezeichnet.

Der zweite Ausdruck, durch den Turbulenzerzeugung beschrieben wird, ist $\frac{gL}{c_p \bar{T}}$. Er kann je nach dem

Vorzeichen von L positiv und negativ sein und trägt zur Turbulenzerzeugung bei, wenn L negativ ist.

Bei positivem L dagegen wird über dieses Glied, das den Einfluß der archimedischen Kräfte beschreibt, Energie vernichtet. Die erzeugte Energie nennt man thermische Turbulenz.

Aus dieser Gleichung ergibt sich auch die allgemeine Form des Turbulenzkriteriums, denn je nachdem ob

$$\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{gL}{c_p \bar{T}} - \bar{\rho} \epsilon - \frac{\partial}{\partial z} \bar{\rho} Ew' \gtrless 0 \quad (2)$$

oder

$$\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left(1 - \frac{gL}{\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} c_p \bar{T}} - \bar{\rho} \epsilon - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} Ew') \right) \gtrless 0 \quad (3)$$

ist, nimmt die Turbulenzenergie pro Volumeneinheit an einem festen Ort zu, ab oder bleibt unverändert.

Für die Größe $\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ gilt

$$\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \sim u_*^3, \quad (4)$$

da

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \sim \frac{u_*}{kz} \quad (5)$$

ist. Da weiter $u_* \sim \bar{u}$ gilt, ist also

$$\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \sim \bar{u}^3. \quad (6)$$

Je größer die Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ ist, um so mehr turbulente Energie wird aufgrund der Scherungskräfte erzeugt.

Aus der Form der Glieder, über die die turbulente Energie erzeugt wird, stellt man fest, daß die zwei wesentlichen Größen zur Charakterisierung des Turbulenzzustandes die Windgeschwindigkeit und der Strom der fühlbaren Wärme L sind. Nach dem derzeitigen Stand der Kenntnis, geht die Erzeugung von turbulenter Energie und die Umwandlung von kinetischer turbulenter Energie in Wärme bei verschiedenen Größenordnungen von Wirbelgrößen vor sich. Durch die beiden beschriebenen Mechanismen entstehen relativ große Turbulenzelemente, die in immer kleinere zerfallen und so ihre kinetische Energie in einem Kaskadenprozeß weiterreichen. Erst wenn die Elemente genügend klein sind, wird die Viskosität des Mediums wirksam und dadurch kinetische Energie in Wärme umgewandelt. Daher kann angenommen werden, daß die in der Volumeneinheit vorhandene turbulente Energie dann am größten ist, wenn L negativ ist und einen großen Betrag annimmt und außerdem auch $\bar{u}$ groß ist. Sie wird besonders gering sein, wenn die beiden Terme $\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ und $\frac{gL}{c_p \bar{T}}$ entgegengesetztes Vorzeichen haben, $\bar{u}$ klein und L positiv groß ist.

Es ergibt sich hieraus also, daß alle Größen, die zur Beschreibung von Transportvorgängen verwendet werden und die von der vorhandenen Turbulenzenergie beeinflußt werden, in Abhängigkeit von den beiden Variablen $\bar{u}$ und L zu betrachten sind.

3. Der Diffusionskoeffizient für den Wärmetransport bei labiler und stabiler Schichtung

Der turbulente Strom fühlbarer Wärme ist gegeben durch die Beziehung

$$L = \bar{\rho} c_p \overline{w' \Theta'}. \quad (7)$$

Häufig stehen anstelle der Abweichung Θ' der potentiellen Temperatur auch die der Temperatur T' , da sich ihre Zahlenwerte in der bodennächsten Luftschicht kaum unterscheiden. Wenn man L nach dieser Gleichung experimentell bestimmen will, so ist die Kovarianz von w' und Θ' zu bilden. Um dieser Schwierigkeit aus dem Weg zu gehen, versucht man, ihn mit dem ausgeglichenen Temperaturfeld in Beziehung zu setzen:

$$L = \bar{\rho} c_p K_H \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z}. \quad (8)$$

Durch diese Gleichung, die den Wärmestrom L mit dem Gradienten der potentiellen Temperatur $\bar{\Theta}$ verknüpft, wird der Diffusionskoeffizient K_H (Index H = heat) definiert und so zur entscheidenden Größe für den Transportvorgang. Er hängt sehr eng mit den turbulenten Schwankungen des Geschwindigkeitsfeldes zusammen. Es ist deshalb nötig, ihn in Abhängigkeit von den beiden Mechanismen der Erzeugung turbulenter Energie zu betrachten.

Den Wärmetransport bei labiler Schichtung kann man im Modell als Überlagerung zweier von einander unabhängiger Anteile deuten. Einmal wird Wärme durch jene Turbulenzelemente transportiert, die allein durch Schwerkraftkräfte entstanden sind und die auch bei Fehlen eines Temperaturgradienten vorhanden sind. Sie bewirken beispielsweise bei adiabatischer Schichtung den turbulenten Transport von Luftbeimengungen. Diesen Anteil am Wärmestrom bezeichnet man als erzwungene Konvektion. Der zweite Anteil wird durch jene Turbulenzelemente repräsentiert, die ihre Entstehung den archimedischen Auftriebskräften verdanken. Diese treten im Extremfall auch bei ruhender Luft auf, d. h. wenn keine Scherungskräfte vorhanden sind. Man spricht hierbei von freier Konvektion.

Für den Grenzfall der ruhenden Luft, also $\bar{u} = 0$, haben A. S. MONIN und A. M. OBUCHOW (1954) und C. H. B. PRIESTLEY (1959) aufgrund von Dimensionsbetrachtungen für den turbulenten Strom der fühlbaren Wärme die Beziehung

$$L_f = -h \bar{\rho} c_p \left(\frac{g}{T} \right)^{1/2} z^2 \left| \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right|^{3/2} \quad (9)$$

abgeleitet. h ist eine Konstante, für die hier der Wert 0,9 nach C. H. B. PRIESTLEY genommen wird. Mit den Indices e und f soll auf erzwungene und freie Konvektion hingewiesen werden. Bringt man diese Gleichung auf dieselbe Form wie Gleichung (8), so ergibt sich für den Diffusionskoeffizienten bei freier Konvektion der Ausdruck

$$K_{H,f} = h z^2 \left(\frac{g}{T} \right)^{1/2} \left| \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right|^{1/2}. \quad (10)$$

Für die erzwungene Konvektion gilt dagegen ($K_M = K_{H,e}$)

$$K_{H,e} = k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}. \quad (11)$$

Das folgt aus dem bekannten adiabatischen Windprofilansatz

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \quad (12)$$

und aus

$$u_*^2 = K_M \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}. \quad (13)$$

Gleichung (13) stellt die Definitionsgleichung für K_M (M = momentum), den Diffusionskoeffizienten für Impuls, dar.

C. H. B. PRIESTLEY nimmt einen scharfen Übergang von der erzwungenen zur freien Konvektion an, wobei von einem gewissen Grad der Labilität an anstatt Gleichung (8) mit Gleichung (11) die Formel nach Gleichung (9) zu nehmen ist. Es ist jedoch klar, daß der Übergang nicht so abrupt sein kann, weil bei labiler Schichtung stets auch Wärme durch die erzwungene Konvektion transportiert wird; dieser Anteil verliert allerdings mit zunehmender Labilität stetig an Bedeutung, aber erst mit $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = 0$ verschwindet er ganz. Auf einen stetigen Übergang von der erzwungenen zur freien Konvektion deuten auch Messungen von A. J. DYER (1965) und T. V. CRAWFORD (1965) hin.

Hier soll in diesem Sinne der turbulente Strom der fühlbaren Wärme bei labiler Schichtung als Überlagerung von zwei Anteilen angesehen werden, einem der freien und einem der erzwungenen Konvektion:

$$L = L_e + L_f \quad \text{für } L \leq 0.$$

Setzt man hierin die entsprechenden Ausdrücke ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} -L &= \bar{\rho} c_p k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left| \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right| + h \bar{\rho} c_p \left(\frac{g}{\bar{T}} \right)^{1/2} z^2 \left| \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right|^{3/2} \\ &= \bar{\rho} c_p k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left| \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right| \left(1 + \frac{h}{k^2} \sqrt{|\text{Ri}|} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

$\text{Ri} = \frac{g}{\bar{T}} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} / \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2$ bedeutet die Richardson Zahl, die, wie sich aus dem Klammerausdruck in Gleichung (3) ergibt, ein Maß für die Erhaltung der Turbulenz ist, wenn man vom Divergenzterm und von der Dissipation ϵ absieht. Sie ist negativ bei labiler Schichtung, nimmt bei adiabatischer Schichtung den Wert Null an und wird bei stabiler Schichtung positiv.

Aus Gleichung (14) ergibt sich der Diffusionskoeffizient bei labiler Schichtung zu

$$K_H = k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left(1 + \frac{h}{k^2} \sqrt{|\text{Ri}|} \right) \quad (15)$$

oder

$$K_H = K_{H,e} \left(1 + \frac{h}{k^2} \sqrt{|\text{Ri}|} \right). \quad (16)$$

Mit $h = 0,9$ und der v. Kàrmàn Konstanten $k = 0,4$ erhält man für h/k^2 den Wert 5,6.

Die Gültigkeit dieser Formel für den Diffusionskoeffizienten mit Berücksichtigung der freien Konvektion kann nur durch Messungen überprüft werden. Es sind dazu gleichzeitige Messungen des Wind- und

Temperaturprofil und des Wärmestroms L notwendig. Sehr sorgfältige Messungen dieser Art hat W. C. SWINBANK (1964) durchgeführt. Aus den dort angegebenen Meßergebnissen kann der Wärmestrom L nach Gleichung (14) bestimmt und mit den nach der Wärmehaushaltsgleichung für die Erdoberfläche ermittelten Angaben verglichen werden. Das Ergebnis dieses Vergleichs ist in Bild 1 wiedergegeben. Zur Bestimmung der Gradienten $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ und $\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z}$ in Gleichung (14) wurden die Meßwerte mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate durch einen linear-logarithmischen Ansatz

$$\bar{u} = a_u \ln z + b_u z + c_u$$

$$\bar{\Theta} = a_T \ln z + b_T z + c_T$$

approximiert. Die Verwendung dieses Ansatzes hat hier die Bedeutung einer Interpolation der Meßwerte. Dadurch dürften die Fehler bei der Gradientenbestimmung kleiner sein als bei der sonst häufig verwendeten einfachen Differenzenbildung.

In Bild 1 ist auf der Abszisse $-L$ in $\text{mcal/cm}^2 \text{ min}$ nach Gleichung (14), auf der Ordinate der von W. C. SWINBANK direkt gemessene Wärmestrom $-L_s$ aufgetragen. Die Werte, die die Gleichung (14) liefert, stimmen danach mit den Werten, die über die Wärmehaushaltsgleichung ermittelt wurden, im Rahmen der Meßgenauigkeit überein und streuen um die eingezeichnete 45° -Linie. Zum Vergleich sind in Bild 1 noch die Werte eingetragen, die sich mit einem Diffusionskoeffizienten $K_{H,e} = k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$

ergeben, der nur die erzwungene Konvektion berücksichtigt. Die eingezeichnete Gerade wurde von Hand hindurchgelegt. Erwartungsgemäß fallen die so berechneten Wärmeströme zu klein aus. Man sieht daraus auch, daß der Wärmestrom immer mehr vom Anteil der freien Konvektion getragen wird, je größer sein Betrag wird.

Die Kenntnis über die Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten von der thermischen Schichtung bei einem stabilen Temperaturgradienten ist noch sehr gering. Es gelingt zur Zeit nicht, für diesen Fall eine ähnliche Interpolationsformel herzuleiten, wie dies für labile Schichtung möglich ist. Man ist deshalb auf solche empirische Formeln angewiesen, die sich in der Vergangenheit als brauchbar erwiesen

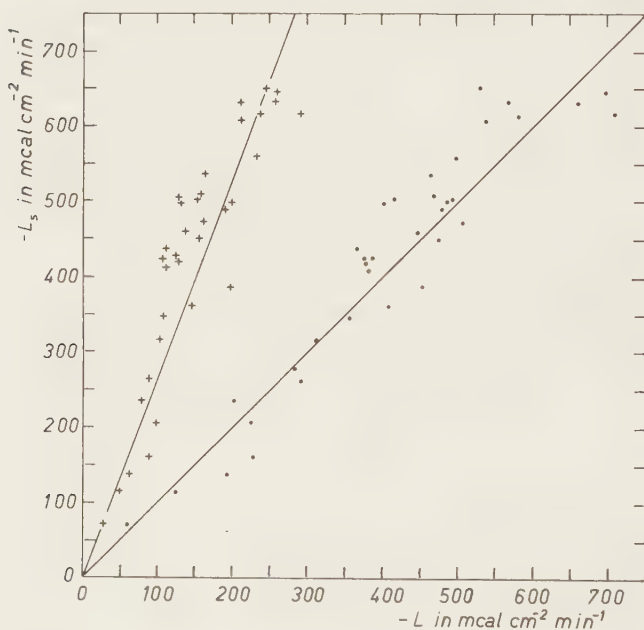


Bild 1

Vergleich des Stromes fühlbarer Wärme L_s nach der Wärmehaushaltsgleichung nach W. C. SWINBANK und L nach Gl. (14) (•) und Gl. (8) mit

$$K_H = k^2 z^2 \frac{\bar{u}}{z} (+).$$

Fig. 1

Comparison of the heat flux L_s after W. C. SWINBANK and the heat flux L after eq. (14) (•) and eq. (8) with

$$K_H = k^2 z^2 \frac{\bar{u}}{z} (+).$$

haben. Geht man davon aus, daß eine kritische Richardsonzahl Ri_{cr} existiert, bei der die Turbulenz nahezu zusammenbricht, so muß das Verhalten des Diffusionskoeffizienten derart sein, daß K_H für $Ri \rightarrow 0$ gegen den adiabatischen Koeffizienten strebt und für $Ri \rightarrow Ri_{cr}$ gegen den Wert Null strebt.

Die Funktion muß also von der Art $F \left(1 - \frac{Ri}{Ri_{cr}} \right)$ sein mit $F(0) = 0$. In der Praxis hat sich die Formel

$$K_H = k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \sqrt{1 - \frac{Ri}{Ri_{cr}}} \quad (17)$$

bewährt. Sie geht auf B. HOLZMAN (1943) zurück. Über den Zahlenwert von Ri_{cr} gehen die Angaben, die man in der Literatur findet, allerdings weit auseinander. G. E. MCVEHIL (1964) gibt zum Beispiel 0,14 an, während D. J. PORTMAN et al. (1962) aus dem Verhalten von optischen Szintillationen einen wahrscheinlichen Wert von 0,35 angeben. Für die weitere Rechnung wird hier ein mittlerer Wert von 0,25 verwendet, der in der Nähe des von J. A. BUSINGER (1959) und N. E. BUSCH (1965) angegebenen Wertes von 0,2 liegt.

Mit Gleichung (16) und (17) sind also die Formeln für den Diffusionskoeffizienten für labile und stabile Schichtung gegeben, die beide für $Ri \rightarrow 0$ als Grenzfall den Diffusionskoeffizienten bei adiabatischer Schichtung ergeben.

Wie anhand von Gleichung (1) gezeigt wurde, können die Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ und der Wärmestrom L als die wichtigsten Variablen zur Beschreibung des Turbulenzzustandes in der bodennahen Luftschicht angesehen werden. Von ihnen hängt auch der Diffusionskoeffizient ab, was durch die Richardsonzahl Ri und den Faktor $k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ zum Ausdruck kommt. Um aber die Variation von K_H mit der Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ und dem Wärmestrom L besser zu sehen, wird dazu Ri umgeformt; es wird also $K_H = K_H(\bar{u}, L)$ betrachtet.

Um die Rechnung etwas einfacher zu gestalten, werden zwei Vernachlässigungen vorgenommen. Für das Windprofil wird das logarithmische Gesetz $\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}$, verwendet, das sich durch Integration von Gleichung (12) ergibt. Das ist eine Annahme, die man in den untersten 3 m ohne große Bedenken machen kann, da die Abweichungen von diesem Profil auch bei nicht adiabatischer Schichtung erst ab etwa 5 m Höhe größere Beträge aufweisen. Die zweite Annahme betrifft den Unterschied zwischen der sogenannten Fluß-Richardsonzahl $R_f = \left(g K_H \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right) / \left(\bar{T} K_M \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \right)$ und der Gradient-Richardsonzahl Ri . Wenn man die beiden Zahlen gleichsetzt, was hier getan wird, so bedeutet das eine Vernachlässigung der Unterschiede von K_M und K_H . Es wird zwar dadurch ein kleiner Fehler in der Bestimmung von Ri begangen, der aber auf das eigentliche Verhalten von K_H in Abhängigkeit von L und $\bar{u}$ keinen Einfluß hat, da sich die beiden Fehlerquellen teilweise sogar kompensieren.

Mit dieser Vereinfachung ergibt sich aus Gleichung (16)

$$K_H = k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left[1 + \frac{h}{k^2} \sqrt{Ri} \right] \\ = k^2 z^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left[1 + \frac{h}{k^2} \sqrt{\frac{g}{\bar{T}} \frac{|L|}{\bar{\rho} c_p u_*^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2}} \right] \quad \text{für } L \leq 0.$$

Wegen $\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}$ und $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{kz}$ erhält man schließlich

$$K_H = \frac{k^2 z}{\ln \frac{z}{z_0}} \left[\bar{u} + B \sqrt{\frac{L}{\bar{u}}} \right] \quad \text{für } L \leq 0 \quad (18)$$

mit

$$B = \frac{h}{k^2} \sqrt{\frac{g}{\bar{T}} \frac{z \left(\ln \frac{z}{z_0} \right)^3}{\bar{\rho} c_p k^2}}$$

Entsprechend kommt man von Gleichung (17) auf folgende Beziehung

$$K_H = \frac{k^2 z}{\ln \frac{z}{z_0}} \sqrt{\bar{u}^3 - \frac{g}{\bar{T} Ri_{cr}} \frac{L z \left(\ln \frac{z}{z_0} \right)^3}{\bar{\rho} c_p \bar{u} k^2}} \quad \text{für } L \geq 0. \quad (19)$$

Aus den Gleichungen (18) und (19) ist der Verlauf von K_H mit folgenden Werten berechnet worden:

$z = 2 \text{ m}$	$z_0 = 0,01 \text{ m}$
$g = 9,81 \text{ m/s}^2$	$c_p = 0,24 \text{ cal/g grad}$
$\bar{T} = 288 \text{ °K}$	$Ri_{cr} = 0,25$
$\bar{\rho} = 1.209 \cdot 10^3 \text{ g/m}^3$	$k = 0,4$

Das Ergebnis ist in Bild 2 dargestellt. Als Abszisse ist die Windgeschwindigkeit $\bar{u}$, als Ordinate der Diffusionskoeffizient K_H und als Scharparameter der Wärmestrom L gewählt worden.

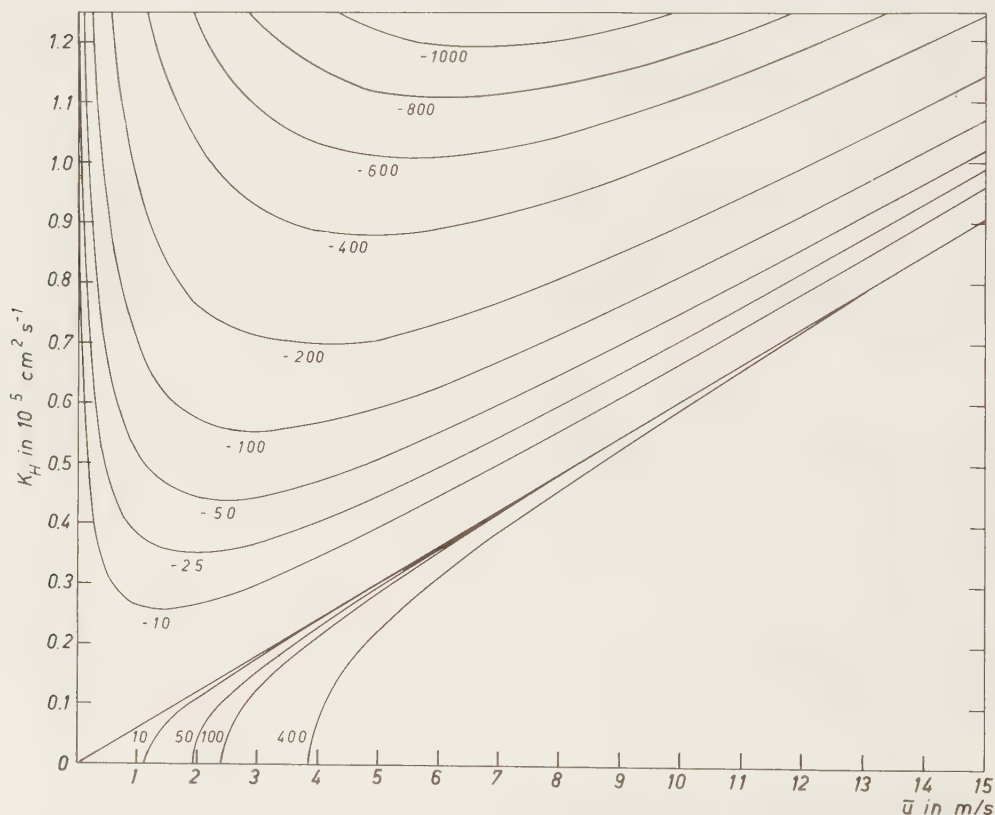


Bild 2. Der Diffusionskoeffizient K_H in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit $\bar{u}$. Scharparameter ist L in $\text{mcal/cm}^2 \text{ min}$.

Fig. 2. The eddy conductivity K_H in relation to the wind velocity $\bar{u}$. The parameter L is given in $\text{mcal/cm}^2 \text{ min}$.

Für $L = 0$ erhält man die eingezeichnete Gerade, d. h. den bekannten linearen Zusammenhang zwischen dem Diffusionskoeffizienten K_H und der Windgeschwindigkeit bei adiabatischer Schichtung. Für $L < 0$ – labile Schichtung – gilt die obere Hälfte der Darstellung. K_H zeigt hier bei mittleren Windgeschwindigkeiten ein Minimum, das mit zunehmendem Betrag von L sich zu immer höheren Windgeschwindigkeiten verschiebt.

Zu niedrigen Windgeschwindigkeiten hin steigt der Diffusionskoeffizient sehr rasch an. Die Ursache dafür kann darin gesehen werden, daß mit abnehmender Windgeschwindigkeit bei konstantem L sich immer stärkere freie Konvektion ausbildet, in der einzelne Luftpakete ungehindert über große Entfernungen ausgetauscht werden können. Auf der anderen Seite des Minimums nähert sich K_H asymptotisch dem adiabatischen Fall. Der Wärmestrom L wurde im negativen Bereich von -50 bis -1000 $\text{mcal/cm}^2 \text{ min}$ variiert.

R. GEIGER (1961) hat die aus Messungen von E. FRANKENBERGER bestimmten Austauschkoeffizienten A_H , wobei $A_H = \bar{\rho} K_H$ gilt, gegen die Windgeschwindigkeit aufgetragen. Diese Kurven zeigen einen ähnlichen Verlauf mit einem Minimum bei Windgeschwindigkeiten von 4 bis 8 m/s, wenngleich bei diesen Ergebnissen berücksichtigt werden muß, daß ihnen mehrere heitere Sommertage aus verschiedenen Monaten zugrunde liegen und dadurch über gewisse Wertebereiche von L gemittelt wird.

Der beobachtbare Bereich von L im stabilen Fall ($L > 0$) ist verglichen mit dem labilen sehr klein. Die in die Darstellung noch eingezeichnete Kurve für $L = 400$ $\text{mcal/cm}^2 \text{ min}$ stellt einen Extremfall dar, der kaum erreicht werden dürfte. Entsprechend der Modellvorstellung ist erst eine bestimmte kritische Windgeschwindigkeit notwendig, um die Turbulenz voll zu entwickeln, die dann einen turbulenten Transport ermöglicht. Mit zunehmender Stabilisierung nimmt dieser Transport jedoch ab und erreicht schon bei immer höheren Windgeschwindigkeiten den Wert Null. Außerdem nähern sich die Kurven mit zunehmender Windgeschwindigkeit wesentlich schneller dem adiabatischen Fall.

4. Die Ausbreitungsklassen nach F. PASQUILL

4.1. Die Unterteilung des Turbulenzzustandes in Ausbreitungsklassen

Bei der Diskussion der Gleichung (1) ist darauf hingewiesen worden, daß für den Turbulenzzustand der bodennahen Luftschicht die Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ und der Wärmestrom L von besonderer Bedeutung sind.

Bei stationären Verhältnissen und horizontaler Homogenität gilt nach dieser Gleichung

$$0 = -\bar{\rho}\epsilon - \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} Ew') + \rho u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left(1 - \frac{\frac{gL}{c_p \bar{T}}}{\bar{\rho} u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}} \right) \quad (20)$$

Wenn $L = 0$ ist, wird Turbulenzenergie nur durch $u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ erzeugt. Da die erzeugte Energie erst die gesamten Größenordnungen der Turbulenzelemente durchlaufen muß, ehe sie in Wärme umgewandelt wird, ist auch die pro Volumeneinheit vorhandene Turbulenzenergie groß, wenn $u_*^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ groß ist und wächst demnach mit $\bar{u}^3$. Will man eine Einteilung des Turbulenzzustandes bei $L = 0$ für eine praktische Verwendung finden, so genügt es in diesem Fall, nur eine Unterteilung für die vorkommenden Windgeschwindigkeiten anzugeben. Die Unterschiede innerhalb dieser Einteilung hinsichtlich des turbulenten Transports sind aber nicht sehr groß verglichen mit den sich ergebenden Änderungen, wenn L berücksichtigt wird.

Wenn L zusätzlich variiert wird, so kommt es wesentlich auf den Quotienten im Klammerausdruck der Gleichung (20) an. Nur wenn der Klammerausdruck positiv ist, wird Turbulenzenergie erzeugt. Ansonsten wird durch $\bar{\rho}e$ die vorhandene Energie schnell aufgebraucht, falls nicht ständig Energie durch den Divergenzterm in das Volumenelement transportiert wird. F. PASQUILL (1961) hat empirisch eine Einteilung des Turbulenzzustandes in sechs sogenannte Ausbreitungsklassen vorgenommen. Als charakteristische Eingangsgrößen benutzte er die Windgeschwindigkeit, die Sonneneinstrahlung und den Bedeckungsgrad.

Tabelle 1 Ausbreitungsklassen nach F. PASQUILL (1961)

Table 1 The stability classes after F. PASQUILL (1961)

Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe in m/s	Tag			Tag u. Nacht	Nacht	
	Einstrahlung			Bedeckungsgrad		
	stark	mäßig	schwach	8/8	≥4/8	≤3/8
< 2	A	A–B	B	D	—	—
2–3	A–B	B	C	D	E	F
3–5	B	B–C	C	D	D	E
5–6	C	C–D	D	D	D	D
> 6	C	D	D	D	D	D

Die Tabelle 1 enthält das von F. PASQUILL entworfene Schema, das durch eine Auswertung der bis dahin verfügbaren Ausbreitungsexperimente entstanden ist. Dieses Schema enthält zwei Teile; die linke Hälfte gilt für den Tag, die rechte Hälfte für die Nacht. Man findet danach bei starker Einstrahlung und niedriger Windgeschwindigkeit die Ausbreitungsklasse A, die folglich bei sehr labiler Schichtung vorkommt. Diese Ausbreitungsklasse repräsentiert die Fälle mit der stärksten Zerstreuungsfähigkeit der Atmosphäre. Die Ausbreitungsklasse F, die für die sehr schlechten Ausbreitungsbedingungen steht, wird dann gewählt, wenn nachts bei niedriger Windgeschwindigkeit die Strahlungsbilanz einen größeren negativen Wert erreicht; das ist aber am ehesten bei geringer Bewölkung ($N < 3/8$) zu erwarten. Die restlichen vier Klassen B, C, D und E liegen zwischen diesen beiden Extremfällen. Sie stehen für die Ausbreitungsbedingungen bei labiler, leicht labiler, indifferenter und leicht stabiler Schichtung und werden dem Schema entsprechend verwendet. Besonders zu erwähnen ist, daß bei vollkommen bedecktem Himmel ($N = 8/8$) am Tage und auch nachts die Ausbreitungsklasse D gewählt wird.

Die Verwendung der Einstrahlung bzw. des Bedeckungsgrades ist nur als grobe Abschätzung für den turbulenten Strom fühlbarer Wärme L anzusehen. Über die Wärmehaushaltsgleichung der Erdoberfläche

$$Q + B + L + V = 0 \quad (21)$$

ist er mit der Strahlungsbilanz Q , dem Bodenwärmestrom B und dem turbulenten Strom der latenten Wärme V verknüpft. In dieser Gleichung sind alle Vorzeichen so gewählt, daß die Energieströme positiv sind, wenn sie zur Erdoberfläche gerichtet sind. Aus dieser Gleichung ergibt sich L als negative Summe der restlichen Glieder

$$L = -(Q + B + V). \quad (22)$$

Wie Wärmehaushaltsberechnungen (siehe z. B. H. KRAUS et al. und F. A. BROOKS et al. (1965)) zeigen, kann in vielen Fällen mit dem Vorzeichen und dem Betrag von Q allein auch L größenordnungsmäßig festgelegt werden. Man hat dann einfach

$$-L \sim Q. \quad (23)$$

In der Einteilung von F. PASQUILL ist die Abschätzung für L noch weiter vereinfacht worden, indem tagsüber die Strahlungsbilanz Q durch die Globalstrahlung G ersetzt und grob in drei Stufen stark, mäßig und schwach eingeteilt wurde. Außerdem wird nachts lediglich der Bedeckungsgrad als Maß für die Strahlungsbilanz bzw. für L benutzt. Es ist klar, daß durch die immer gröbere Abschätzung für L auch die Angaben über den Turbulenzzustand ungenauer werden. In allen Fällen, wo beispielsweise $L \sim -Q$ nicht erfüllt ist, muß dieses Schema versagen (siehe z. B. F. FIEDLER (1968)).

Es sei an dieser Stelle noch kurz erwähnt, daß D. B. TURNER (1964) eine ähnliche Einteilung in Ausbreitungsklassen vorgeschlagen hat. Diese Klassifikation unterscheidet sich von der nach F. PASQUILL durch die Abschätzung von L bzw. Q . D. B. TURNER führt einen Strahlungsbilanzindex ein, der Werte von 4 (= hohe positive Strahlungsbilanz) abnehmend bis -2 (= starke negative Strahlungsbilanz) erreichen kann. Dieser Strahlungsbilanzindex wird aus dem Sonnenstand und dem Grad der Bedeckung ermittelt. S. UHLIG (1965) hat diese Einteilung noch weiter verfeinert, indem er noch Angaben über die Sichtverhältnisse und den Bodenzustand berücksichtigt. Nach Gleichung (22) bedeutet das, daß neben Q auch noch B und V grob in die Abschätzung einbezogen werden. Mit der schon erläuterten Annahme, daß die vorhandene turbulente Energie proportional zur Energieerzeugung ist, kann man der Gleichung (20) entnehmen, daß die turbulente Energie bei hoher Windgeschwindigkeit und bei großem negativem Strom fühlbarer Wärme L am größten ist. Man könnte daraus folgern, daß unter diesen Bedingungen auch der turbulente Transport besonders groß ist. Dementsprechend müßte man im Schema nach F. PASQUILL die Ausbreitungsklasse A bei sehr starker Einstrahlung und hoher Windgeschwindigkeit erwarten, wobei dann der turbulente Transport mit abnehmender Windgeschwindigkeit schlechter wird. Die Meßergebnisse legten aber gerade eine umgekehrte Anordnung der Ausbreitungsklassen nahe. Eine Erklärung läßt sich dafür anhand einer Tabelle geben, die bei C. H. B. PRIESTLEY (1959, S. 55) angeführt ist und den relativen Anteil einzelner Wirbelgrößen zur Turbulenzenergie und zum Wärmestrom angibt. Nach dieser Tabelle ergeben kleine Turbulenzelemente zwar einen relativ hohen Beitrag zur turbulenten kinetischen Energie, sind aber weniger bedeutend für den Wärmestrom. Große Turbulenzelemente dagegen sind Träger nur eines kleinen Anteils der vorhandenen kinetischen Energie, für den Wärmetransport sind sie aber wirksam. Man kann deshalb die Ausbreitungsklassen nicht so sehr als Maß für die turbulente Energie ansehen, sondern muß sie vielmehr, wie sich im folgenden zeigen wird, als Ersatz für den Diffusionskoeffizienten betrachten. Um das zu zeigen, braucht man nur die Gleichungen (18) und (19) in einer von Bild 2 abweichenden Form darzustellen.

Dazu übernehmen L und u die Rolle der Ordinaten (siehe Bild 3) und K_H wird Scharparameter. Man erhält so im wesentlichen ein zur Tabelle 1 analoges Bestimmungsschema für den Diffusionskoeffizienten. Es wird dabei vorausgesetzt, daß die Diffusionskoeffizienten für Wärme und Luftbeimengungen gleich sind. In Bild 3 ist zu beachten, daß wegen des kleinen Variationsbereiches von L im stabilen Fall ein anderer Abszissenmaßstab als im labilen gewählt wurde. Aus dieser Abbildung ergibt sich jetzt deutlich, daß in Tabelle 1 die Angaben über die Einstrahlung und die Bedeckung eine Abschätzung für L darstellen.

Wenn man umgekehrt für den schwer zu messenden Wärmestrom in Bild 3 eine ähnliche Abschätzung wie in Tabelle 1 einführt, so ist es möglich, zu jeder gemessenen Windgeschwindigkeit aus der Darstellung einen angenäherten Wert für den Diffusionskoeffizienten zu entnehmen. Jede Ausbreitungsklasse nach Tabelle 1 kann so als Repräsentant für einen gewissen Bereich des Diffusionskoeffizienten angesehen werden. Insofern können auch Häufigkeitsaussagen über die Ausbreitungsklassen in gewissen Grenzen auch auf Häufigkeiten von bestimmten Wertebereichen des Diffusionskoeffizienten übertragen werden.

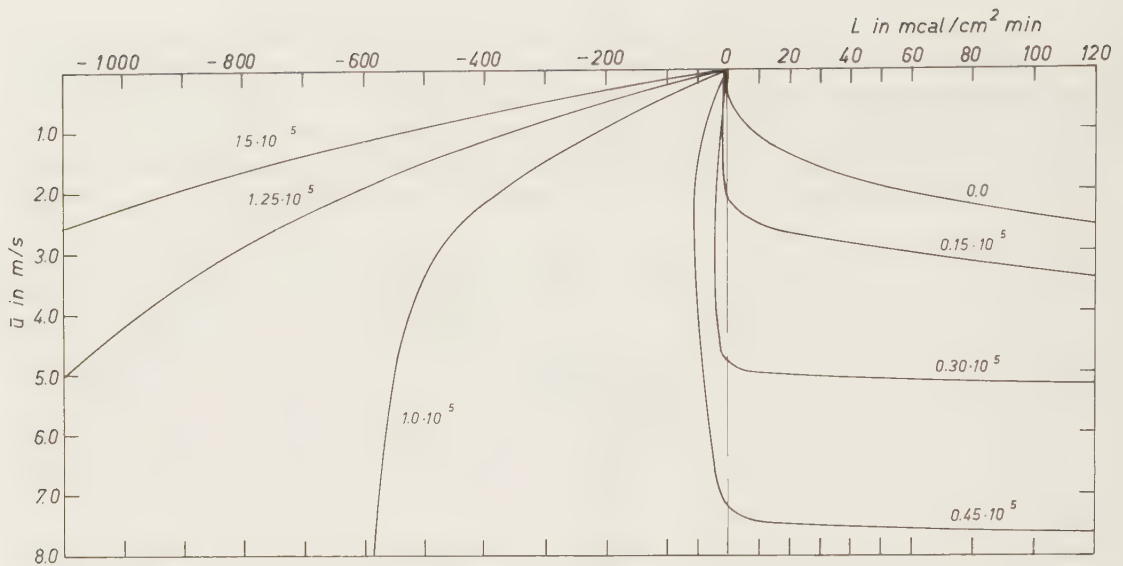


Bild 3. Der Diffusionskoeffizient K_H als Funktion von der Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ und dem Strom fühlbarer Wärme L . K_H ist Scharparameter in cm^2/s .

Fig. 3. The eddy conductivity K_H in relation to wind velocity $\bar{u}$ and the flux of sensible heat L . K_H is the parameter in cm^2/s .

4.2. Die Häufigkeit der Ausbreitungsklassen

Die Benutzung von Ausbreitungsklassen für die Beurteilung der Ausbreitungsbedingungen der bodennahen Luftschicht hat den Vorteil, daß man sie aus leicht meßbaren Größen bestimmen kann. Außer der Windgeschwindigkeit $\bar{u}$ in 10 m Höhe, den Angaben über die Einstrahlung und die Bewölkung sind nur noch die Zeiten für den Sonnenaufgang und -untergang nötig. Als Nacht wird in Tabelle 1 der Zeitraum von einer Stunde vor Sonnenuntergang bis eine Stunde nach Sonnenaufgang angesehen, da im Mittel der Temperaturgradient $\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z}$ zu diesen Zeiten schon bzw. erst sein Vorzeichen ändert (siehe z. B. Bild 8 in R. B. ULLRICH (1967)).

Zur Festlegung der Ausbreitungsklassen wurden die Stundenmittelwerte für die Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe benutzt, die an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München gemessen wurden. Als Maß für die Einstrahlung diente die Globalstrahlung G . Die Aufteilung in Bereiche stark, mäßig und schwach geschah durch die Schwellwerte:

schwache Einstrahlung	$G < 500 \text{ mcal/cm}^2 \text{ min}$
mäßige Einstrahlung	$500 \text{ mcal/cm}^2 \text{ min} \leq G < 1100 \text{ mcal/cm}^2 \text{ min}$
starke Einstrahlung	$1100 \text{ mcal/cm}^2 \text{ min} \leq G$

Die Meßwerte für die Globalstrahlung konnten allerdings erst ab Juni 1964 direkt an der Station in Garching registriert werden. Für den vorhergehenden Zeitraum 1962, 1963 und Januar bis Mai 1964 sind die Globalstrahlungswerte verwendet worden, die auf dem Dach des meteorologischen Instituts in München gemessen werden. Ein Vergleich der beiden Meßreihen für die Zeit Juni bis Dezember 1964 hat gezeigt, daß die Unterschiede besonders in den Sommermonaten vernachlässigbar klein sind. Selbst

im November und Dezember bleiben die Unterschiede in den Monatssummen unter 10 %. Da nur Schwellwerte benutzt werden, dürfte sich dieser Unterschied kaum auswirken. Für den Bedeckungsgrad wurden die Aufzeichnungen der Flugwetterwarte am Flughafen München-Riem, der nur etwa 14 km entfernt liegt, verwendet.

Mit diesem Datenmaterial konnten die Ausbreitungsklassen für jede Stunde des dreijährigen Zeitraums 1962–1964 bestimmt werden. Die Fälle, in denen die Windgeschwindigkeit kleiner als 2 m/s und die Bewölkung geringer als 7/8 war, sind in der Tabelle 1 zur Ausbreitungsklasse F gezählt worden.



Bild 4. Die Häufigkeit der Ausbreitungsklassen für den Zeitraum 1962–1964 an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München.

Fig. 4. The frequency of the stability classes for the period 1962–1964 at the meteorological station near the research reactor Munich.

Die Häufigkeitsverteilung der Ausbreitungsklassen für die Jahre 1962–1964 ist in Bild 4 wiedergegeben. In mehr als der Hälfte aller Stunden (53 %) wird die Ausbreitungsklasse D, die die Ausbreitungsbedingungen bei einer indifferenten Schichtung repräsentiert, beobachtet. Zwei kleine sekundäre Häufigkeitsmaxima weisen außerdem die Ausbreitungsklassen F und B auf.

In der Klasse D sind vorwiegend die Wetterlagen enthalten, die mit hohen Windgeschwindigkeiten, großem Bedeckungsgrad und dadurch mit geringer Einstrahlung gekoppelt sind. Schönwetterlagen zeigen dagegen große Tagesamplituden in den Größen, die von der thermischen Schichtung abhängig sind. Für solche Tage werden tagsüber die Ausbreitungsklassen von A bis C, nachts E und F beobachtet. Die Klasse D tritt nur in den Übergangsstunden bei Sonnenaufgang und -untergang auf. Dies spiegelt sich auch besonders in den Häufigkeitsverteilungen für die einzelnen Jahreszeiten wieder. Im Winter (Dezember, Januar, Februar) ergibt sich sogar in 66 % aller Stunden die Ausbreitungsklasse D, was auf die höheren Windgeschwindigkeiten in der gesamten winterlichen Zirkulation und auf die geringere Einstrahlung zurückzuführen ist. In den Sommermonaten (Juni, Juli, August) gewinnen auch die Klassen, die als Symbol für die Ausbreitungsbedingungen in einer labil und stabil geschichteten Atmosphäre stehen, mehr an Gewicht. Hier sind die Gegensätze zwischen Tag und Nacht von entscheidendem Einfluß. Diese beiden angeführten unterschiedlichen Verhaltensweisen kann man voneinander trennen, wenn man die Häufigkeiten der Ausbreitungsklassen nach Windrichtungen getrennt betrachtet.

Da die Windrose (Bild 5) wegen der Nähe der Alpen vorwiegend nur West- und Ostwinde zeigt, genügt es, diese beiden Hauptwindrichtungen zu betrachten. Bild 6 stellt die Häufigkeiten der Ausbreitungsklassen für die Windrichtungen 7, 8, 9 und 25, 26, 27 in der 36-teiligen Windrose im Sommer dar.

Bei Ostwind treten deutlich die beiden Maxima für labile und stabile Ausbreitungsklassen hervor, wie es den dazugehörigen Schönwettertagen entspricht. In der Verteilung für die Westwindrichtungen gewinnt die Ausbreitungsklasse D wieder die Oberhand. Im Winter (Bild 7) hat man es bei Westwinden fast nur mit der Ausbreitungsklasse D zu tun; bei den Windrichtungen 7, 8 und 9 sind die Fälle mit stabil geschichteter Atmosphäre aber wieder sehr häufig.

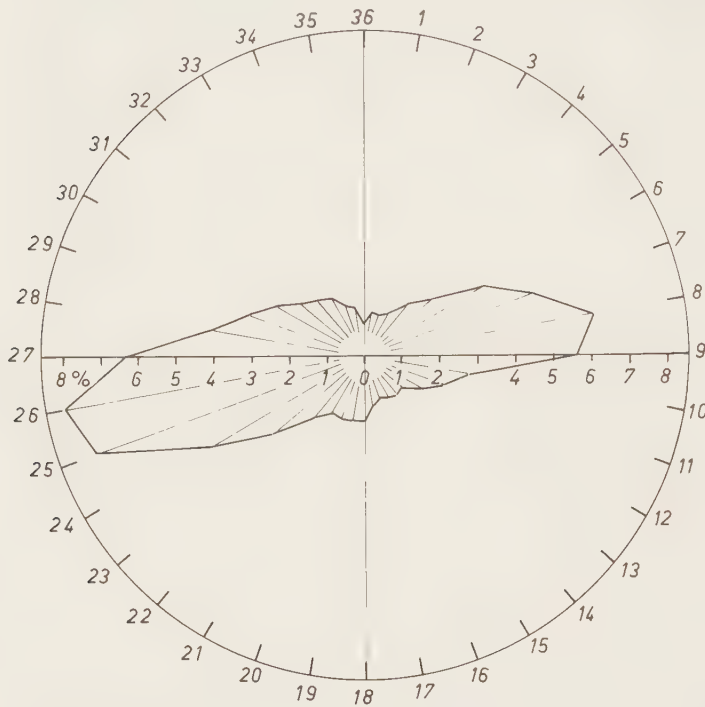


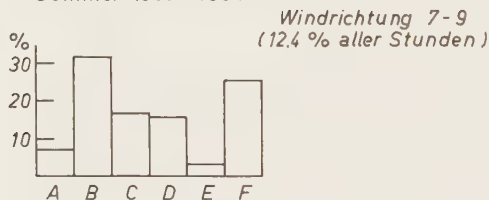
Bild 5

Häufigkeit der Windrichtungen in % für die Jahre 1962–1964 (36-teilige Windrose) in 50 m Höhe.

Fig. 5

The frequency in % of the occurrence of winds from the 36 directions for the three-year-period 1962 to 1964 at the 50 m – level.

Sommer 1962 - 1964



Windrichtung 25-27
(22.5 % aller Stunden)

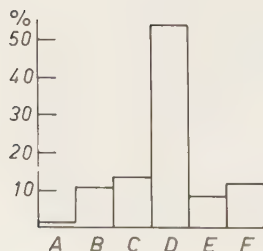


Bild 6

Häufigkeit der Ausbreitungsklassen bei Ost- und Westwind in den Sommermonaten (Juni, Juli, August) 1962–1964

Fig. 6

The frequency of the stability classes during summer (June, July, August) and winds from east and west (1962–1964).

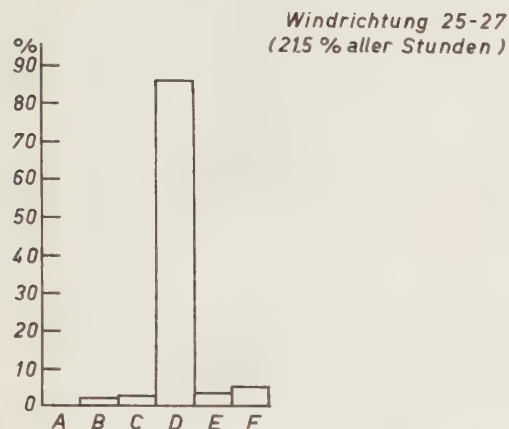
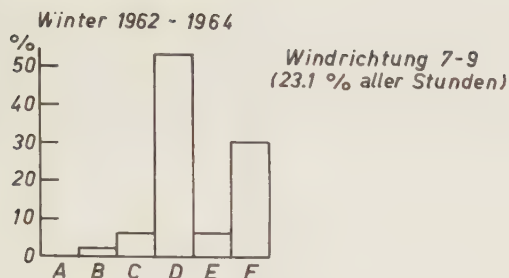


Bild 7

Häufigkeit der Ausbreitungsklassen bei Ost- und Westwind in den Wintermonaten (Dezember, Januar, Februar) 1962–1964.

Fig. 7

The frequency of the stability classes during winter (December, January, February) and winds from east and west (1962–1964).

Die Verteilung für die anderen Windrichtungen und Jahreszeiten, die hier nicht dargestellt sind, zeigen einen ziemlich stetigen Übergang von dem einen Extrem zum anderen.

Um einen Überblick zu erhalten, inwieweit mit der einfachen Bestimmung der Ausbreitungsklassen auch die unterschiedliche Stabilität erfaßt wird, wurde die Häufigkeit der Ausbreitungsklassen in Abhängigkeit von der Ri-Zahl in 5 m Höhe in Bild 8 aufgezeichnet. Obwohl die Streuung beträchtlich ist, kann aber jeweils eine deutliche Verlagerung des Maximums festgestellt werden. Die starke Streuung gerade bei den extremen Klassen A und F geht zum Teil auch zu Lasten der ungenügenden Genauigkeit in der Berechnung der Ri-Zahl bei niedrigen Windgeschwindigkeiten. Darauf deutet gerade auch die geringe Streuung bei der Ausbreitungsklasse D hin, die vorwiegend mit hohen Windgeschwindigkeiten und damit auch großen Gradienten der Windgeschwindigkeiten gekoppelt ist. Für die Verteilung der Klasse D wurden nur die Werte des ersten Halbjahres 1963 verwendet, während den anderen Verteilungen das ganze Jahr 1963 zugrunde liegt.

4.3. Der Exponent des vertikalen Windprofils für die Ausbreitungsklassen nach F. PASQUILL

Bei der Anwendung der Formeln zur Berechnung von Konzentrationsfeldern im Lee eines Schornsteines wird häufig zur Beschreibung der Windgeschwindigkeit als Funktion von der Höhe z das folgende einfache Potenzgesetz benutzt

$$\bar{u}(z) = \bar{u}_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^m. \quad (24)$$

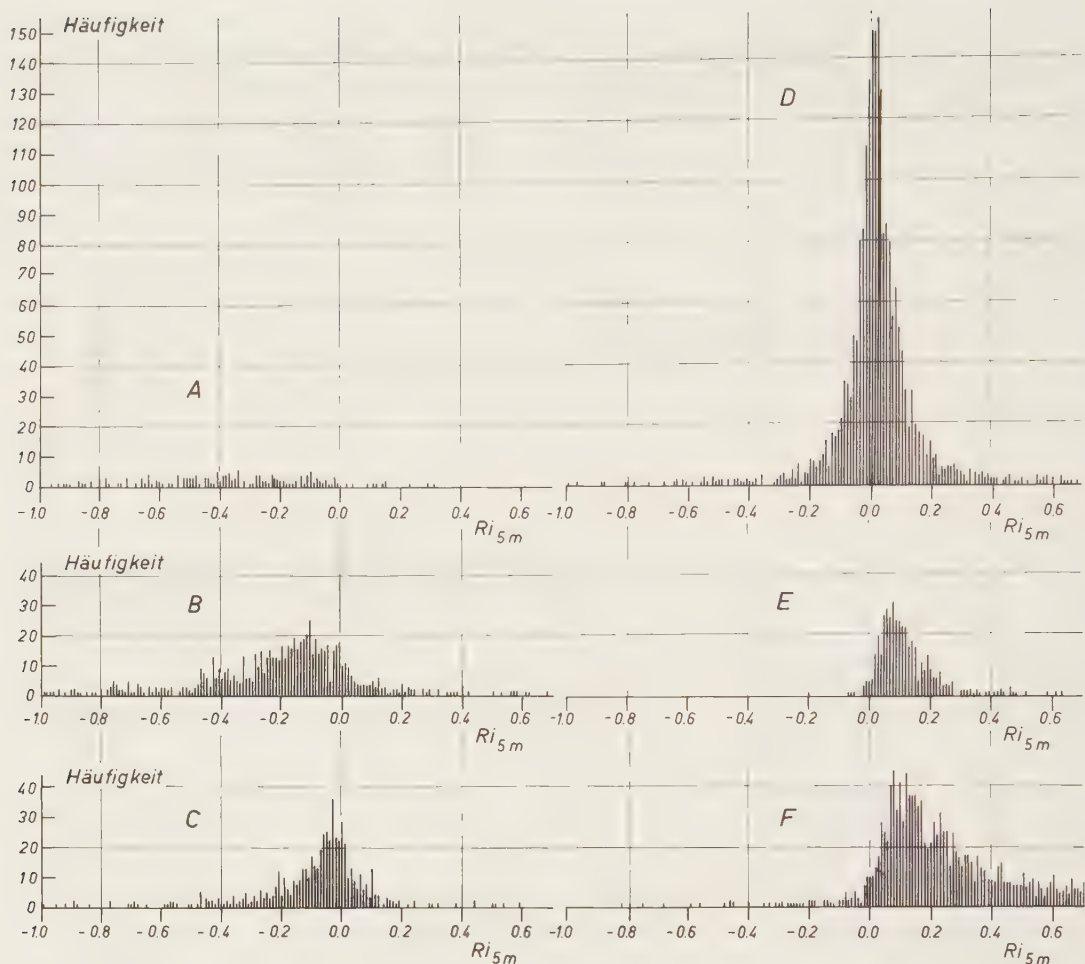


Bild 8. Die Häufigkeit der Ausbreitungsklassen in Abhängigkeit von der Richardsonzahl in 5 m.

Fig. 8. The frequency of the stability classes in relation to the Richardson number in 5 m.

$\bar{u}_1$ stellt die Windgeschwindigkeit in einer Bezugshöhe z_1 dar. Diese Funktion geht beispielsweise in die Berechnung der effektiven Schornsteinhöhe nach einer Formel von Holland – Stümke ein. Mit der effektiven Schornsteinhöhe wird die vertikale Verschiebung des Quellpunktes infolge der Austrittsgeschwindigkeit und der Überhitzung der aus dem Schornstein austretenden Gase berücksichtigt. Die Änderung der Windgeschwindigkeit mit der Höhe hängt stark von der thermischen Schichtung ab und diese Abhängigkeit drückt sich in dem variablen Exponenten m aus. In einem Extremfall, wenn der Impulsaustausch so groß ist, daß in den Höhen z und z_1 nahezu gleiche Windgeschwindigkeit herrscht – das kann nur bei sehr labiler Schichtung eintreten – nimmt m Werte an, die nahe bei Null liegen. Im entgegengesetzten Fall, wenn sich die Windgeschwindigkeiten $\bar{u}(z)$ und $\bar{u}_1$ wie ihre Höhen verhalten, wird $m = 1$ sein. Das ist aber nur bei sehr stabiler Schichtung möglich.

Wenn man sich zur Berechnung von Konzentrationsfeldern im Lee von Schornsteinen der Ausbreitungsklassen nach F. PASQUILL bedient, so ist es nötig, den Exponenten m für die einzelnen Klassen zu kennen. Solche Werte sind aber bis jetzt noch nicht hinreichend ermittelt worden.

Bevor auf die errechneten Werte für den Exponenten m eingegangen wird, sollen noch einige Bemerkungen dazu vorausgeschickt werden. Aus der Bedingung $\tau(z) = \text{const.}$ in der bodennahen Luftschicht mit $\tau = \rho u_*^2 = -\bar{\rho} \bar{u}' \bar{w}'$ kommt man bekanntlich mit dem Mischungswegansatz nach PRANDTL für u' und w' auf einfachem Weg auf die Form für den Gradienten der Windgeschwindigkeit $\bar{u}$:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{l} \quad (25)$$

Wird für $l = k z$ (k = von Kàrmànsche Konstante) gesetzt, so erhält man aus Gl. (25) das bekannte logarithmische Profil, das bei adiabatischer Schichtung in der bodennahen Atmosphäre gut erfüllt ist. Es ist auf verschiedene Weise versucht worden, die Abhängigkeit des Windgradienten von der thermischen Schichtung einzubauen, indem für l spezielle Annahmen gemacht wurden. D. L. LEICHTMANN (1944) und E. L. DEACON (1949) nehmen ein Potenzgesetz für l an:

$$l = A z^p \quad (26)$$

Aus Gl. (25) ergibt sich damit durch Integration

$$\bar{u} = \frac{u_*}{A} \frac{z^{1-p}}{1-p} + \text{const.} \quad (27)$$

In diesem Ansatz ist p ein Faktor, der nur von der Schichtung abhängig, aber mit der Höhe konstant sein soll. Aus der Bedingung $\bar{u} = 0$ für $z = z_0$ ergibt sich das Leichtmann-Deacon Windprofil, das durch den Grenzübergang $p \rightarrow 1$ das logarithmische Gesetz für den adiabatischen Fall ergibt.

Legt man die Integrationsgrenze in Gl. (27) durch die Bedingung

$$\bar{u} = 0 \quad \text{für } z = 0 \quad (28)$$

fest, so erreicht man den adiabatischen Fall nicht mehr durch einen Grenzübergang. Aus Gl. (27) ergibt sich mit Gl. (28), wenn man

$$m = 1 - p \quad (29)$$

setzt, die Form

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{A m} z^m \quad (30)$$

Für eine Bezugshöhe z_1 gilt entsprechend

$$\bar{u}(z_1) = \frac{u_*}{A m} z_1^m \quad (31)$$

Division von Gl. (30) durch Gl. (31) ergibt das Potenzgesetz nach Gl. (24)

$$\frac{\bar{u}(z)}{\bar{u}(z_1)} = \left(\frac{z}{z_1} \right)^m$$

Durch die Wahl der Randbedingung $\bar{u} = 0$ bei $z = 0$ an Stelle von $\bar{u} = 0$ bei $z = z_0$ wird erzwungen, daß m bei adiabatischer Schichtung nicht Null wird, sondern einen positiven Wert behält und die Werte bei labiler Schichtung ebenfalls positiv bleiben.

Nach dieser Ableitung sollte m außerdem eine Funktion der Stabilität sein und nicht von der Auswahl der Höhen z und z_1 abhängen. Berechnungen des Exponenten m aus Meßwerten, die mit den besonders sorgfältig geeichten Anemometern nach G. HOFMANN (1964) an der meteorologischen Station beim

Tabelle 2 Exponent m des Potenzwindprofils für verschiedene Höhenintervalle $z_1 - z$ in m

Table 2 The exponent m of the power-law windprofile for different intervals of height $z_1 - z$ in m

Datum	Stunde	Ri _{5m}	0,2-0,5	0,2-1,0	0,2 2,0	0,2 5,0	0,2-10,0	0,2-20,7	0,2-52,7	1,0 2,0	1,0 5,0	1,0 10,0	1,0-20,7	1,0-52,7
2.9.66	18 ⁰⁰	0,098	0,188	0,192	0,212	0,230	0,240	0,247	0,251	0,258	0,269	0,274	0,277	0,275
	19 ⁰⁰	0,175	0,153	0,183	0,210	0,246	0,266	0,271	0,277	0,271	0,309	0,324	0,318	0,315
	20 ⁰⁰	0,180	0,199	0,213	0,242	0,272	0,293	0,310	0,319	0,310	0,330	0,348	0,361	0,361
	21 ⁰⁰	0,122	0,159	0,193	0,207	0,236	0,253	0,265	0,273	0,237	0,279	0,295	0,303	0,305
	22 ⁰⁰	0,120	0,167	0,203	0,207	0,241	0,260	0,273	0,281	0,217	0,279	0,299	0,310	0,312
	23 ⁰⁰	0,097	0,164	0,189	0,200	0,232	0,246	0,256	0,260	0,224	0,274	0,286	0,291	0,289
3.9.66	24 ⁰⁰	0,118	0,155	0,189	0,198	0,229	0,244	0,253	0,263	0,218	0,269	0,282	0,287	0,293
	1 ⁰⁰	0,101	0,130	0,188	0,200	0,231	0,246	0,254	0,263	0,227	0,274	0,286	0,289	0,293
	2 ⁰⁰	0,101	0,166	0,199	0,202	0,225	0,233	0,241	0,243	0,210	0,251	0,257	0,263	0,261
	3 ⁰⁰	0,076	0,191	0,191	0,199	0,220	0,225	0,231	0,233	0,218	0,249	0,249	0,252	0,250
	4 ⁰⁰	0,168	0,188	0,183	0,215	0,241	0,253	0,299	0,273	0,289	0,298	0,301	0,253	0,310
	5 ⁰⁰	0,091	0,139	0,200	0,202	0,238	0,253	0,262	0,271	0,207	0,277	0,290	0,295	0,300
4.9.66	6 ⁰⁰	0,066	0,185	0,202	0,204	0,220	0,223	0,230	0,233	0,208	0,238	0,237	0,244	0,246
	7 ⁰⁰	0,045	0,211	0,191	0,205	0,209	0,201	0,197	0,218	0,236	0,228	0,207	0,201	0,229
	8 ⁰⁰	-0,097	0,234	0,213	0,204	0,198	0,186	0,177	0,188	0,185	0,184	0,167	0,157	0,178
	9 ⁰⁰	-0,096	0,211	0,183	0,194	0,200	0,182	0,165	0,156	0,218	0,216	0,180	0,156	0,146
	10 ⁰⁰	-0,146	0,221	0,178	0,198	0,200	0,179	0,156	0,147	0,245	0,222	0,180	0,144	0,134
	11 ⁰⁰	-0,258	0,224	0,197	0,202	0,192	0,178	0,155	0,153	0,214	0,188	0,165	0,132	0,135
12 ⁰⁰		-0,321	0,267	0,214	0,210	0,203	0,183	0,156	0,155	0,200	0,193	0,161	0,125	0,131

Tabelle 3 Exponent m des Potenzwindprofils für verschiedene Höhenintervalle nach Gl. (33)

Table 3 The exponent m of the power-law windprofile for different intervals of height after eq. (33)

	$\left(\frac{\alpha}{L_*} = -0,1\right)$		$\left(\frac{\alpha}{L_*} = 0\right)$		$\left(\frac{\alpha}{L_*} = 1,5\right)$		$\left(\frac{\alpha}{L_*} = -0,1\right)$		$\left(\frac{\alpha}{L_*} = 0\right)$		$\left(\frac{\alpha}{L_*} = 0,5\right)$	
	labil	adiabatisch	labil	adiabatisch	labil	adiabatisch	labil	adiabatisch	labil	adiabatisch	labil	adiabatisch
m _{0,2-0,5}	0,286	0,290		0,379	m ₁₋₂	0,252		0,200	m ₁₋₂	0,301		
m _{0,2-1,0}	0,258	0,268		0,383	m ₁₋₅	0,146		0,185	m ₁₋₅	0,331		
m _{0,2-2,0}	0,233	0,248		0,400	m ₁₋₁₀	0,117		0,175	m ₁₋₁₀	0,366		
m _{0,2-5,0}	0,202	0,227		0,443	m ₁₋₂₀	0,071		0,166	m ₁₋₂₀	0,415		
m _{0,2-10,0}	0,175	0,213		0,484	m ₁₋₅₀	0,005		0,156	m ₁₋₅₀	0,480		
m _{0,2-20,0}	0,137	0,202		0,528								
m _{0,2-50,0}	0,030	0,189		0,585								

Forschungsreaktor München gewonnen wurden, zeigen aber eine deutliche Abhängigkeit des Exponenten m von der Wahl der Höhen z und z_1 . In der Tabelle 2 sind einige Werte für m angeführt, die aus den Mittelwerten jeweils über eine Stunde berechnet worden sind.

In den Stunden mit stabiler Schichtung ($Ri_{5m} > 0$) nehmen die Werte mit zunehmender Schichtdicke durchweg zu und zwar unabhängig davon, ob als Basishöhe $z_1 = 0,2$ m oder $z_1 = 1$ m gewählt wird. So steigen beispielsweise die Werte in der ersten in Tabelle 2 angeführten Stunde am 2.9.1966 von $m = 0,188$, das sich aus den beiden Windgeschwindigkeiten in $z_1 = 0,2$ m und $z = 0,5$ m ergab, auf 0,251 für die beiden Windgeschwindigkeiten in den Meßhöhen $z_1 = 0,2$ m und $z = 52,7$ m an. Tagsüber, d. h. bei $Ri_{5m} < 0$, nehmen die Werte mit zunehmender Höhe z ab. Als Beispiel dafür sind die Werte von den Vormittagsstunden des 4.9.1966 in Tabelle 2 angeführt.

In der ersten Stunde, in der sich die Umstellung der Temperaturschichtung von stabil zu labil vollzieht, sind die Werte annähernd gleich hoch; schon von der nächsten Stunde an ist eine einheitliche Abnahme von m mit zunehmender Schichtdicke festzustellen. In den überwiegenden Fällen liegen die Werte m für die Schichten, die auf der Basishöhe $z_1 = 1$ m aufbauen, höher als bei einer Basishöhe $z_1 = 0,2$ m.

Um die Ursache dafür zu erkennen, muß man von einer Gleichung für das vertikale Windprofil ausgehen, die die natürlichen Verhältnisse besser beschreibt, denn es steht außer Zweifel, daß das Potenzgesetz nach Gl. (24) nur eine erste Näherung darstellt.

Nach der schon im Teil I dieser Arbeit erwähnten Ähnlichkeitstheorie von A. S. MONIN und A. M. OBUCHOW (1954), erhält man für das vertikale Windprofil

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \left(\ln \frac{z}{z_0} + \frac{\alpha}{L_*} (z - z_0) \right).$$

Um nun den Zusammenhang zwischen $m(z)$ und den gewählten Höhen z und z_1 zu sehen, wird Gl. (24) nach $m(z)$ aufgelöst:

$$m(z) = \frac{\ln \frac{\bar{u}}{u_1}}{\ln \frac{z}{z_1}}. \quad (32)$$

Dieser Quotient kann nur dann eine Konstante sein, wenn $\ln \frac{\bar{u}}{u_1}$ und $\ln \frac{z}{z_1}$ einander proportional sind.

Die Abhängigkeit der Änderung von $m(z)$ bei verschiedener Schichtung ergibt sich aus Gl. (32), wenn man darin das linear-logarithmische Gesetz einführt:

$$m(z) = \frac{\ln \left[\ln \frac{z}{z_0} + \frac{\alpha}{L_*} (z - z_0) \right] - \ln \left[\ln \frac{z_1}{z_0} + \frac{\alpha}{L_*} (z_1 - z_0) \right]}{\ln z - \ln z_1} \quad (33)$$

Setzt man für α und L_* Zahlenwerte ein, so erhält man mit den aus Messungen berechneten Werten weitgehende Gleichsinnigkeit wie die Zahlen der Tabelle 4 zeigen. Nach diesem Profilansatz nehmen die Werte bei labiler und adiabatischer Schichtung mit zunehmender Schichtdicke ab und in den hier angeführten stabilen Fällen mit zunehmender Schichtdicke zu. Zwischen $\frac{\alpha}{L_*} = 0,0$ und $\frac{\alpha}{L_*} = 1,5$ bzw.

0,5 gibt es jedoch einen Bereich, in dem die Werte mit zunehmender Schichtdicke zuerst ab und dann erst zunehmen. Auch dieses Verhalten kann an den aus den Messungen berechneten Exponenten m in manchen Stunden beobachtet werden.

Anhand der Tabelle 2 wird also deutlich, daß das linear-logarithmische Gesetz die Messungen richtiger wiedergibt und das Potenzgesetz mit konstantem m nur eine Näherung ist, um aus einer gemessenen Windgeschwindigkeit die Geschwindigkeiten in allen Höhen zu bestimmen. Wendet man den einmal

Tabelle 4 Tagesgang des Exponenten m , berechnet aus u in 52,7 m und u_1 in 0,2 m Höhe am 5.9.1966

Table 4 The diurnal variation of the exponent m calculated with u in 52,7 m and u_1 in 0,2 m, 5.9.1966

Stunde	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$m_{0,2-52,7}$	0,569	0,421	0,314	0,363	0,249	0,222	0,209	0,219	0,203	0,189	0,184	0,180
Ri_{5m}	0,522	0,201	0,152	0,167	0,074	0,037	0,028	0,030	0,003	- 0,009	- 0,034	- 0,022

Stunde	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$m_{0,2-52,7}$	0,170	0,185	0,175	0,172	0,183	0,216	0,308	0,386	0,361	0,361	0,317	0,302
Ri_{5m}	- 0,085	- 0,019	- 0,010	- 0,012	0,026	0,115	0,250	0,276	0,265	0,281	0,207	0,126

bestimmten Exponenten m nur für das Höhenintervall an, aus dem er berechnet worden ist, so ist m tatsächlich nur eine Funktion von der Stabilität und zeigt auch einen entsprechenden Tagesgang. In Tabelle 4 ist ein solcher Tagesgang als Beispiel angeführt wie er sich am 3.9.1966 aus den Garchinger Messungen ergab. Auch die Abhängigkeit des m von Ri_{5m} wird deutlich.

Aus dem Variationsbereich von m während eines Tages für zwei bestimmte Meßhöhen ist klar erkennbar, daß die Änderungen von m mit verändertem Höhenintervall $z - z_1$ nicht ganz vernachlässigt werden können. Es ist deshalb nötig, jeweils die Höhen mit anzugeben, in denen die Windgeschwindigkeiten $\bar{u}$ und $\bar{u}_1$ gemessen worden sind. Es wird beispielsweise häufig vermerkt (siehe z. B. J. G. HALTINER and F. L. MARTIN (1957)), m habe bei adiabatischer Schichtung den Wert $1/7$, der aber nur für ein bestimmtes Höhenintervall gültig ist. Diesen Wert kann man bei verändertem Höhenintervall auch bei einer anderen Schichtung erhalten.

Das Potenzwindprofil nach Gl. (24) wird aber überall dort gern benutzt, wo durch die Einführung von logarithmischen Gesetzen die numerische Rechnung sehr erschwert wird. Für zahlreiche Anwendungen ist es deshalb von Nutzen, mittlere Werte für m zur Verfügung zu haben. So fehlen bis jetzt genauere Angaben über m für die einzelnen Ausbreitungsklassen.

Aus den Windprofilmessungen der drei Jahre 1962–1964 in Garching, die leider nicht ganz die selbe Genauigkeit aufweisen wie die schon benutzten Werte vom September 1966, sind für die Ausbreitungsklassen von F. PASQUILL mittlere m -Werte für die Schicht zwischen 2 m und 50 m nach der folgenden Formel errechnet worden:

$$\bar{m} = \frac{m_{2-10} + m_{10-50} + m_{2-50}}{3}.$$

In Tabelle 5 ist das Ergebnis zusammengestellt.

Tabelle 5 Mittlere Exponenten $\bar{m}$ des Potenzwindprofils für die Ausbreitungsklassen nach F. PASQUILL. Bezüglich der Höhen siehe Text

Table 5 Mean exponents $\bar{m}$ of the power-law profile for the stability classes after F. PASQUILL. For the heights see text

Ausbreitungsklasse	A	B	C	D	E	F
$\bar{m}$	0,138	0,158	0,167	0,230	0,372	0,417

Wie die Tabelle zeigt, variiert der Exponent m zwischen 0,14 und 0,42. Nimmt man für 1 m Höhe eine Windgeschwindigkeit von 1 m/s an, so bedeutet das im ersten Fall ($m = 0,14$) für 50 m Höhe eine Geschwindigkeit von 1,73 m/s, im zweiten Fall ($m = 0,42$) $u_{50m} = 5,16$ m/s. Daraus sieht man besonders eindrucksvoll, wie unterschiedlich die Reibung in den Luftschichten bei labiler und stabiler Schichtung ist. Aus diesem Grunde ist es verständlich, daß der Exponent m auch eine wesentliche Rolle in der Ausbreitungsrechnung wie zum Beispiel in der Sutton-Gleichung spielt.

Es existieren einige Arbeiten, in denen der Exponent m aus Messungen der Windgeschwindigkeit an Türmen berechnet wurde. M. DIEM und P. ZEDLER (1964) haben an einem Antennen- und Hochspannungsmast langzeitige Registrierungen der Windgeschwindigkeit bis 100 m bzw. 85 m Höhe in den Jahren 1958–1960 durchgeführt. Wegen der starken Inhomogenität ihres Meßgeländes ergibt sich oft ein Windprofil, nach dem die Windgeschwindigkeit in einer mittleren Höhe ein Maximum erreicht und dann wieder abnimmt. Das zieht nach sich, daß sich für diese Stunden negative Exponenten m ergeben. Im Vergleich dazu sind bei den hier vorliegenden Berechnungen bei Meßhöhen bis 52,7 m nur selten negative Werte aufgetreten. Diese wenigen konnten in der Mehrzahl der Fälle auf die unterschiedlichen Reibungseinflüsse in den Anemometern zurückgeführt werden, da sie fast ausnahmslos bei sehr niedrigen Windgeschwindigkeiten um 1 m/s – das ist etwa die Anlaufgeschwindigkeit der in den Jahren 1962–1964 eingesetzten Anemometer – auftraten. Die genannten Autoren berichten auch von negativen Exponenten, die besonders in der Schicht zwischen 35 und 55 m auftraten. Das dürfte jedoch in erster Linie mit dem hügeligen Meßgelände zusammenhängen; in dem quasihomogenen Gebiet, in dem die meteorologische Station beim Forschungsreaktor München liegt, konnten solche Erscheinungen in der entsprechenden Schicht zwischen 20,0 und 52,7 m nicht beobachtet werden. Da M. DIEM und P. ZEDLER nur für einzelne Monate Mittelwerte für mehrere Höhenintervalle angeben, lassen sich ihre Werte nur begrenzt mit den hier errechneten vergleichen. Zum Vergleich fehlt vor allem eine Aufteilung nach der thermischen Schichtung.

5. Karten der relativen Konzentration für das Gelände beim Forschungsreaktor München

Im Gebiet des Standorts eines Reaktors ist es notwendig, die durch das Verhalten der Atmosphäre bedingte Ausbreitungs- und Zerstreuungsfähigkeit bei verschiedenen Tages- und Jahreszeiten besonders gut zu kennen. Dabei sind zwei unterschiedliche Fragestellungen zu betrachten. Im Falle eines Reaktorunfalls interessiert vordringlich, wie sich die freigesetzte Menge radioaktiven Materials oder radioaktiven Gases bei der augenblicklichen Wetterlage ausbreitet. Es ist deshalb erwünscht, möglichst schnell und ohne Rechenstab auf einfachem Wege das Ausmaß der drohenden Gefahr für die nähere Umgebung abschätzen zu können.

Neben der Einzelsituation ist die Wahrscheinlichkeit einer radioaktiven Verseuchung für einen Ort in der Umgebung des Reaktors von Interesse. Darüber kann eine Ausbreitungsklimatologie Aufschluß geben. Zur Beantwortung der beiden Fragestellungen eignet sich trotz der bekannten Mängel das im Abschnitt 4 behandelte Schema der Ausbreitungsklassen von F. PASQUILL. Es ist deshalb gut geeignet, weil für jede Ausbreitungsklasse die Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z in Diagrammen in der Literatur angegeben werden. Für σ_z werden die Werte nach F. PASQUILL (siehe Teil I, Bild 1) und für σ_y die von F. A. GIFFORD (siehe Teil I, Bild 2) bei dieser Berechnung verwendet.

5.1. Relative Konzentrationsfelder für die Ausbreitungsklassen nach F. PASQUILL

Mit den angegebenen Ausbreitungsparametern wurden für jede Ausbreitungsklasse A–F für die jeweils niedrigste im Pasquill-Schema auftretende Windgeschwindigkeitsstufe die relativen Konzentrationen $s_* = \frac{s}{Q}$ für eine Quellhöhe $H = 50$ m aus der Gleichung

$$s_* = \frac{1}{\pi \sigma_y(x) \sigma_z(x) \bar{u}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (34)$$

berechnet. Auf der rechten Seite dieser Gleichung sind nur noch meteorologische Größen enthalten. Die berechneten Konzentrationsfelder sind in den Bildern 9 bis 14 bis zu einer Entfernung von 3 km von der Quelle dargestellt.

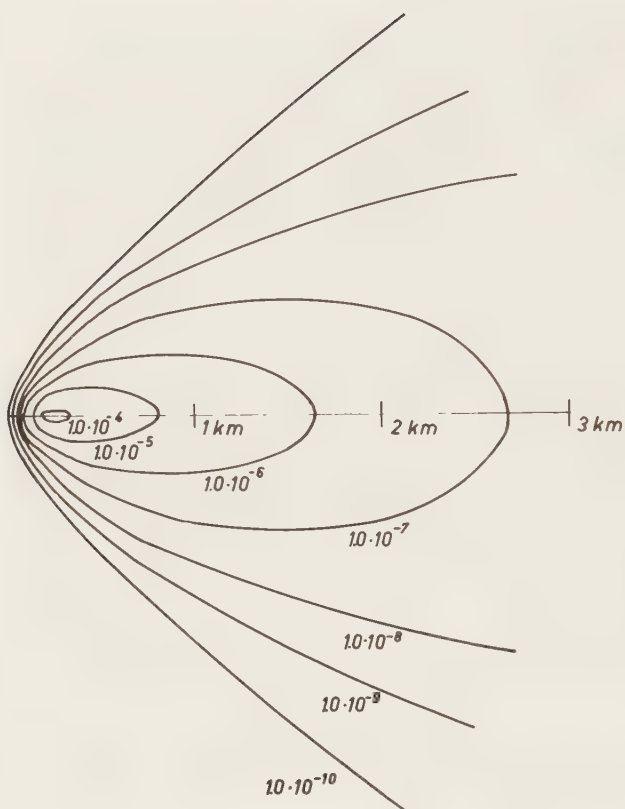


Bild 9

Relative Konzentration s_* am Erdboden in s/m^3 ; Quellhöhe 50 m; Ausbreitungsklasse A, $\bar{u} = 1 \text{ m/s}$.

Fig. 9

Relative concentration s_* at the ground in s/m^3 . Source height 50 m. Stability class A, $\bar{u} = 1 \text{ m/s}$.

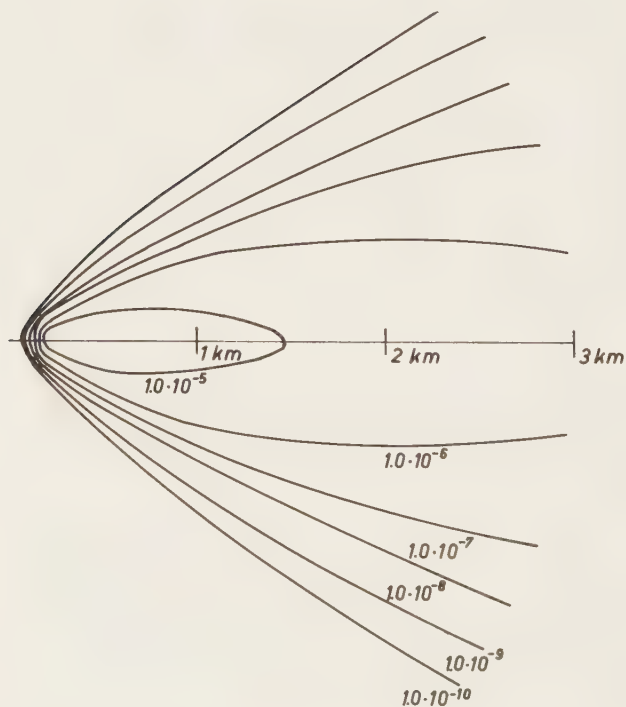


Bild 10

Wie Bild 9; Ausbreitungsklasse B, $\bar{u} = 1 \text{ m/s}$.

Fig. 10

See Fig. 9; stability class B, $\bar{u} = 1 \text{ m/s}$.

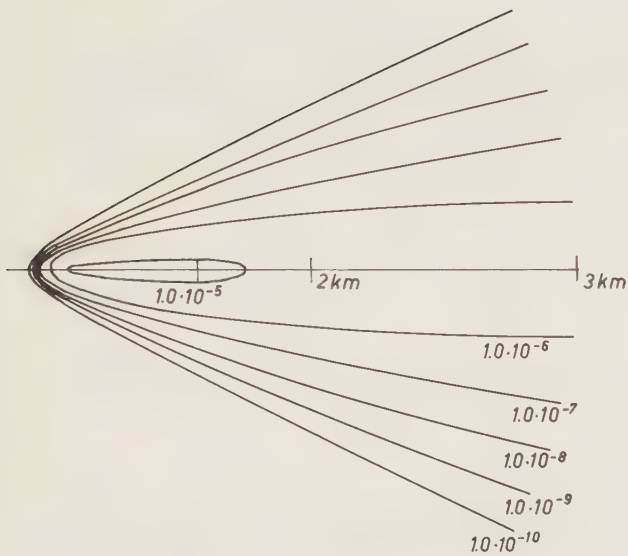


Bild 11

Wie Bild 9; Ausbreitungsklasse C, $\bar{u} = 2,5$ m/s.

Fig. 11

Wie Bild 9; Ausbreitungsklasse C, $\bar{u} = 2,5$ m/s.

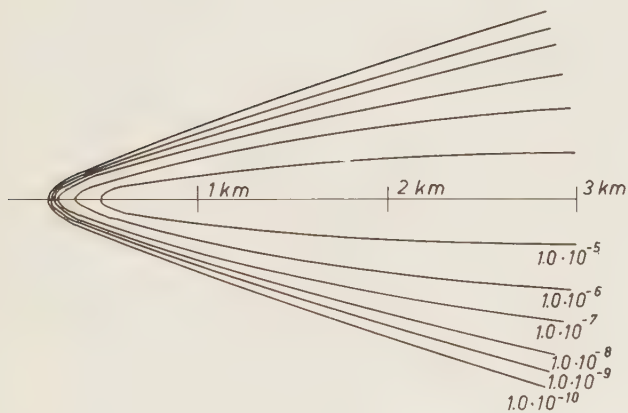


Bild 12

Wie Bild 9; Ausbreitungsklasse D, $\bar{u} = 1,0$ m/s

Fig. 12

See Fig. 9; stability class D, $\bar{u} = 1$ m/s.

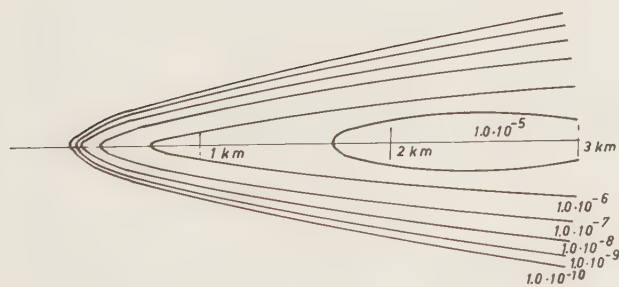


Bild 13

Wie Bild 9; Ausbreitungsklasse E, $\bar{u} = 2,5$ m/s.

Fig. 13

See Fig. 9; stability class E, $\bar{u} = 2,5$ m/s.

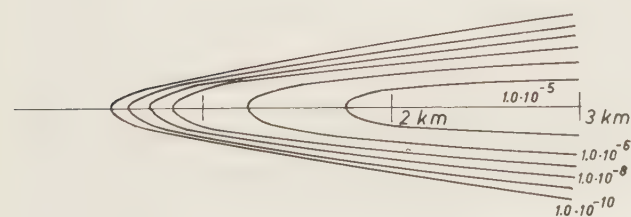


Bild 14

Wie Bild 9; Ausbreitungsklasse F, $\bar{u} = 1,0$ m/s.

Fig. 14

See Fig. 9; stability class F, $\bar{u} = 1$ m/s.

Die maximale Konzentration am Erdboden liegt bei labiler Schichtung der Quelle am nächsten und verschiebt sich mit zunehmender Stabilität immer mehr zu größeren Entfernungen. Dieser Punkt liegt bei der Ausbreitungsklasse A etwa bei 300 m von der Quelle entfernt. Bei Zunahme der Stabilität fällt die maximale Konzentration dem Betrag nach stetig ab und wird erst in immer größerer Entfernung von der Quelle erreicht. Bei der Ausbreitungsklasse F ist die Konzentration am Erdboden bei 4 km am größten.

Verändert man bei gleicher Ausbreitungsklasse die Windgeschwindigkeit, so werden alle Konzentrationswerte um den gleichen Faktor kleiner; die Lage der maximalen Konzentration verändert sich dadurch aber nicht.

Mit Hilfe dieser Karten kann die Lage des Konzentrationsfeldes jederzeit ermittelt werden, wenn man nach Tabelle 1 die Ausbreitungsklasse festgelegt hat und die Windrichtung in Betracht zieht.

5.2. Karten der mittleren relativen Konzentration

Zur Beurteilung der mittleren Ausbreitungsbedingungen und der Wahrscheinlichkeit einer Gefährdung eines Punktes in der Umgebung eines Reaktors oder z. B. eines Luftbeimengungen emittierenden Industriewerkes sind Beobachtungen über einen größeren Zeitraum erforderlich. Aus einem solchen Beobachtungsmaterial können dann für einzelne Punkte bzw. für ein ganzes Gitterpunktnetz Häufigkeitsverteilungen der aufgetretenen Konzentration berechnet werden, wenn man eine zeitlich konstante Quellstärke voraussetzt. Gleichbedeutend damit ist auch die Berechnung der Häufigkeitsverteilung der relativen Konzentration s_* , die nach Gl. (34) außer von der effektiven Quellhöhe H nur von den meteorologischen Bedingungen der thermischen Schichtung der Atmosphäre, der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung, abhängt. Läßt man bei Vorhandensein einer einzigen Punktquelle alle Konzentrationswerte für eine Mittelbildung zu, so wird der Wert Null bzw. „sehr kleine Konzentration“ am häufigsten auftreten, da wegen der veränderlichen Windrichtung immer nur ein sehr begrenzter Bereich der Gitterpunkte von der Luftbeimengung überströmt werden kann. Dementsprechend würde auch ein aus einer solchen Häufigkeitsverteilung berechneter Mittelwert sehr niedrig ausfallen. Es ist deshalb zweckmäßig, nur jene Stunden zur Berechnung von Mittelwerten heranzuziehen, in denen überhaupt eine von 0 verschiedene Konzentration beobachtet werden kann. Um diese „sehr kleinen“ Werte auszuschließen wird daher ein Wert von $s_* = 10^{-12}$ s/m³ willkürlich als Nullgrenze festgelegt. Eine solche Festsetzung ist bei Messungen praktisch auch durch die Meßempfindlichkeit der Geräte gegeben.

Für drei Jahre (1962–1964) wurden aus den Beobachtungsdaten an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München für ein Gitterpunktnetz für jede Stunde die relative Konzentration s_* nach Gl. (34) berechnet. Als Quellhöhe H wurde 50 m eingesetzt. In die Berechnung gingen folgende Größen ein:

- a) die Stundenmittel der Windrichtung in 50 m Höhe,
- b) die Stundenmittel der Windgeschwindigkeit in 50 m Höhe,
- c) die nach Tabelle 1 bestimmte Ausbreitungsklasse,
- d) die Ausbreitungsparameter σ_y und σ_z (nach Bild 1 und 2 in Teil I)

Aus diesen berechneten relativen Konzentrationen s_* wurden Mittelwerte $\bar{s}_*$ über die Stunden gebildet, in denen eine Konzentration beobachtet werden konnte. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Bild 15 getrennt für einen Nahbereich bis 3 km und einen Fernbereich bis 30 km dargestellt, wobei Isolinien für die Mittelwerte $\bar{s}_*$ gezeichnet wurden. Die Isolinien geben an, wie hoch die relative Konzentration an einem bestimmten Ort im Mittel ist, wenn dieser Punkt vom Beimengungsstrom erfaßt wird.

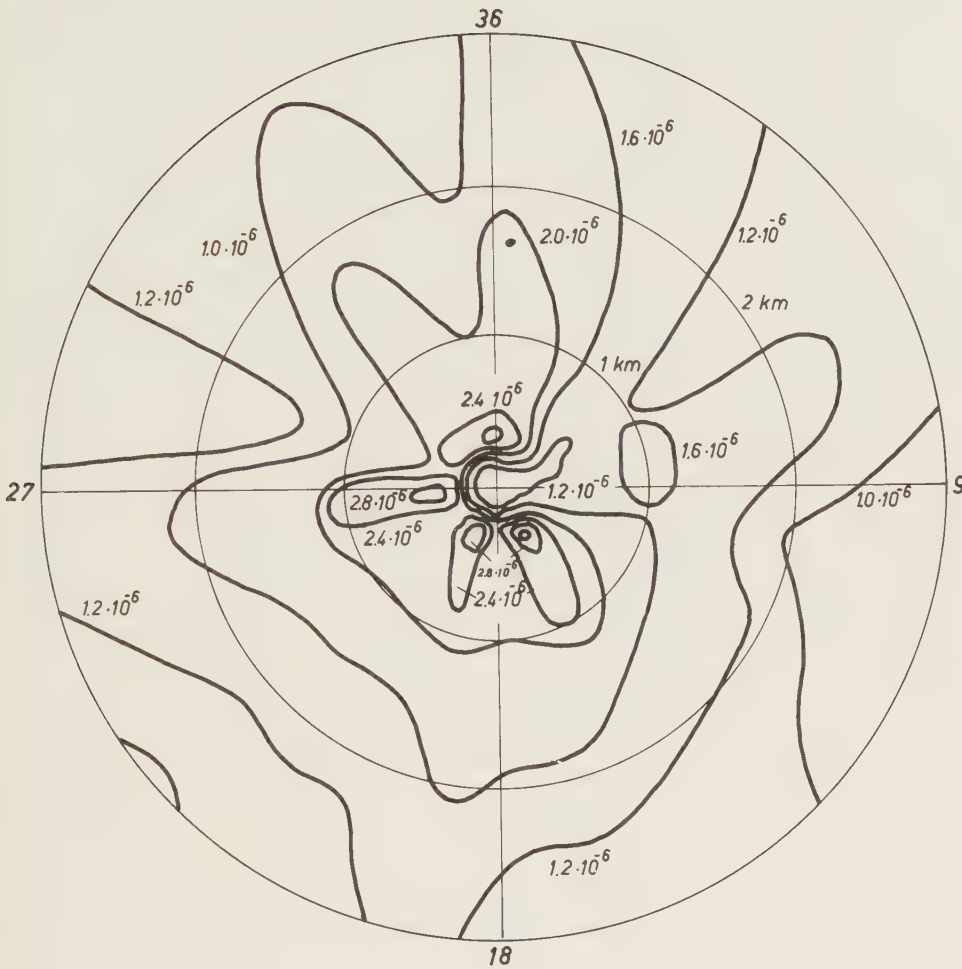


Bild 15a. Mittlere relative Konzentration $\bar{s}_*$ in s/m^3 für den Zeitraum 1962–1964 (Nahbereich).

Fig. 15a. Mean relative concentration $\bar{s}_*$ in s/m^3 for the period 1962–1964 (short range)

Obwohl diese Darstellung aus 26 304 einzelnen Konzentrationsfeldern entstanden ist, zeigt sie noch ein verhältnismäßig stark differenziertes Bild. Im Nahbereich (bis 3 km) – Bild 15a – heben sich deutlich im Bereich der Windrichtungen 15 bis 36 der 36-teiligen Windrose vier Gebiete mit mittleren relativen Konzentrationen $\bar{s}_*$ über $2,4 \cdot 10^{-6} \text{ s/m}^3$ bei 300 m Entfernung von der Quelle ab, wobei der größte Wert mit $\bar{s}_* = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ s/m}^3$ im Südosten der Quelle liegt. Diese Maximalkonzentrationen kamen in dem betrachteten Zeitraum bei schwachen Windgeschwindigkeiten aus Richtung 33 vor. Auffallend sind die niedrigen Mittelwerte im gesamten östlichen Raum; Mittelwerte von $s_* > 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ s/m}^3$ kommen fast nicht vor. Die relativ hohen Windgeschwindigkeiten aus westlichen Richtungen halten den Pegel an Beimengungen am Erdboden allgemein niedrig. Austauschfördernde Schönwettertage, die vornehmlich bei niedrigen Windgeschwindigkeiten aus östlichen Richtungen auftreten – was auch schon bei der Betrachtung der Ausbreitungsklassen vermerkt wurde – wirken sich für den Nahbereich sehr ungünstig aus, da nach kurzer Ausbreitungszeit schon Luftpakete mit noch ziemlich hoher Konzentration am Erdboden ankommen.



Bild 15b. Mittlere relative Konzentration s_* in s/m^3 für den Zeitraum 1962–1964 (Fernbereich).

Fig. 15b. Mean relative concentration $\bar{s}_*$ in s/m^3 for the period 1962–1964 (long range)

Im Fernbereich (Bild 15b) sind die Isolinien wesentlich ausgeglichener. Auch hier treten die kleinsten Werte im Osten auf. Im Nordwesten und Norden, aber auch im Süden bleiben dagegen die mittleren Konzentrationswerte hoch. Gewisse Richtungen sind also stets benachteiligt, vorwiegend die nordwestlichen und die südlichen. Bei den Wetterlagen mit südöstlichen Winden wird tagsüber eine große Labilität erreicht. Dementsprechend erhält man für die Tagesstunden Ausbreitungsklassen A bis C, bei denen die maximale Konzentration im Entfernungsbereich von 300–400 m von der Quelle mit sehr hohen Beträgen auftritt. Nachts dagegen, wenn die Schichtung sehr stabil wird, liegt der Punkt

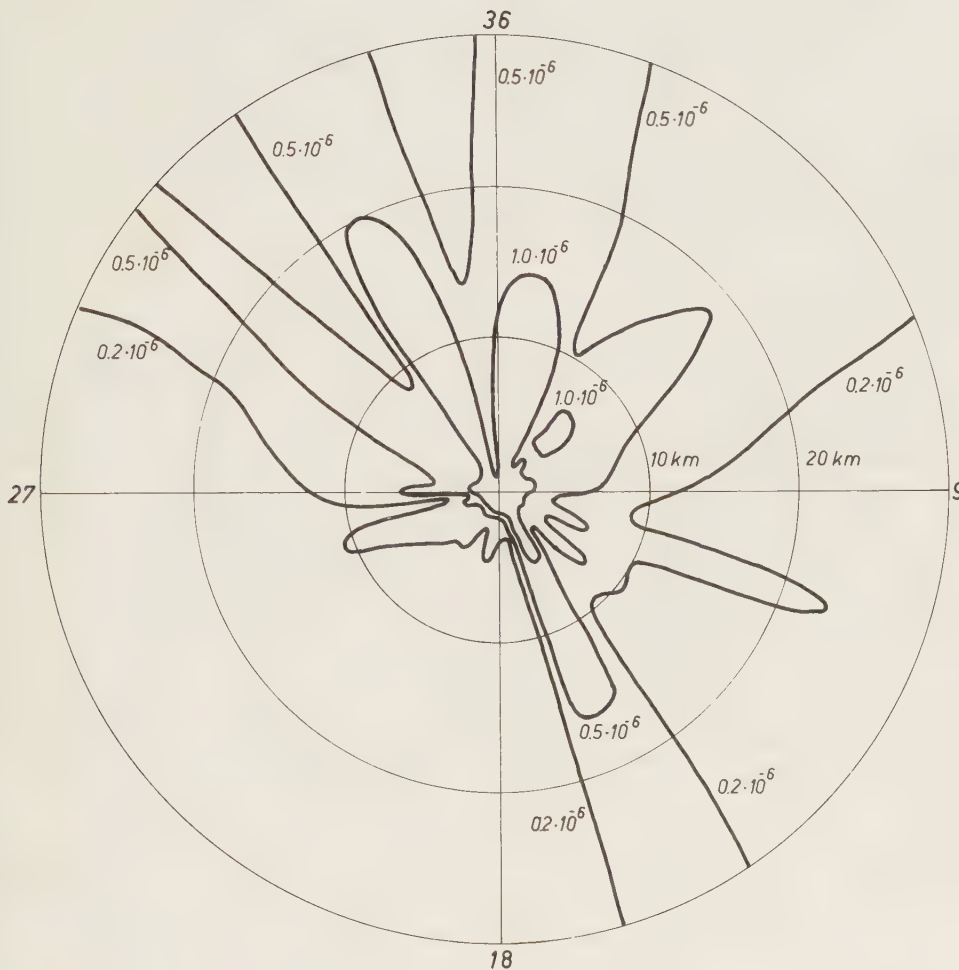


Bild 16a. Mittlere relative Konzentration $\bar{s}_*$ in s/m^3 für den Juli 1964 (Fernbereich).

Fig. 16a. Mean relative concentration $\bar{s}_*$ in s/m^3 , July 1964 (long range)

mit der maximalen Konzentration bei etwa 4 km. Die Konzentrationswerte nehmen aber mit der Entfernung von der Quelle nur langsam ab, so daß sich daraus noch in großen Entfernungen relativ hohe Konzentrationen der Luftbeimengungen ergeben. Ein Blick auf die Windrose (Bild 5) zeigt aber, daß diese Windrichtungen nur selten vorkommen. Die Darstellung solcher Karten für einzelne Monate zeigen im wesentlichen das gleiche Bild, jedoch werden die Isolinien für einen solchen Zeitraum sehr viel mehr von der Lage des Konzentrationsfeldes in einzelnen Stunden bestimmt und sind deshalb erheblich mehr aufgefächert. In Bild (16a) und (16b) sind die Karten für Juli und Dezember 1964 für den Fernbereich dargestellt. Auch aus ihnen kann man ersehen, daß im Nordwesten und Südosten ziemlich hohe Mittelwerte der relativen Konzentration vorkommen.

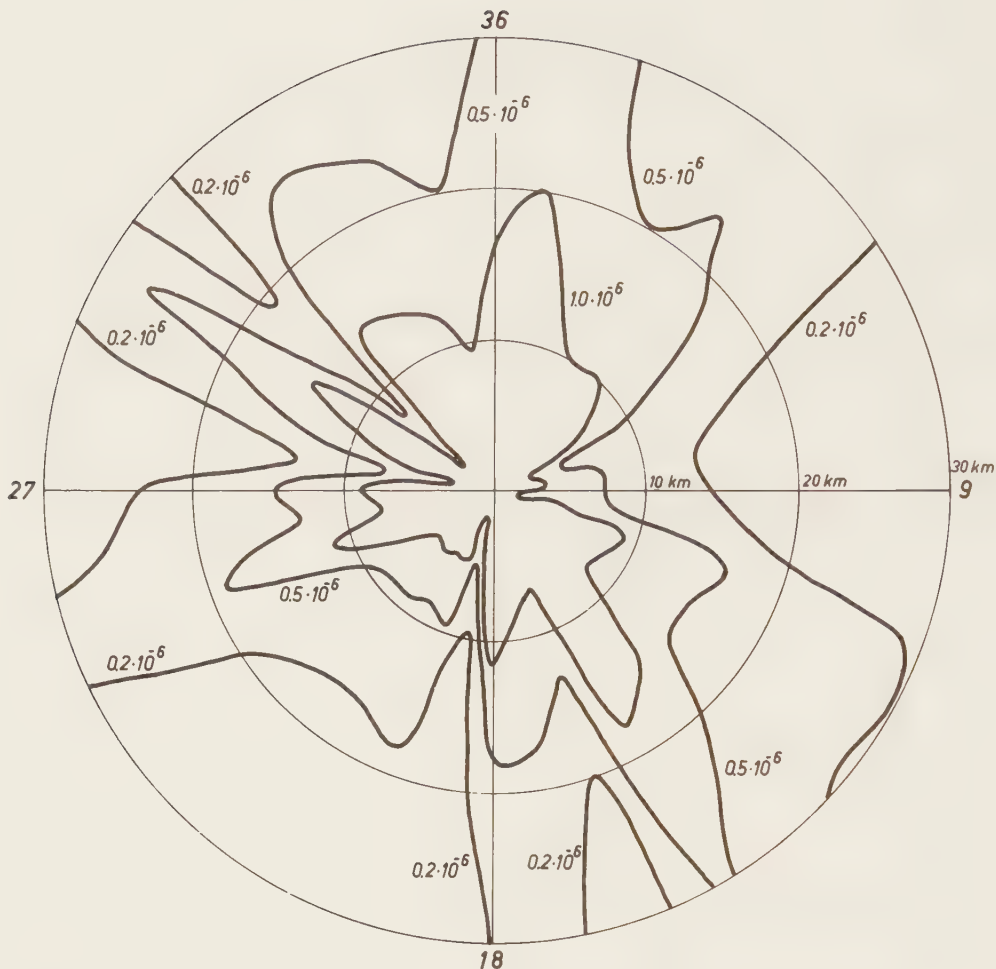


Bild 16b. Mittlere relative Konzentration $\bar{s}_*$ in s/m^3 für den Dezember 1964 (Fernbereich).

Fig. 16b. Mean relative concentration $\bar{s}_*$ in s/m^3 , December 1964 (long range)

5.3. Die Gesamtbelastung der Umgebung einer punktförmigen Quelle im Gebiet des Forschungsreaktors München

Durch die Betrachtung von Isoplethen der gemittelten relativen Konzentration $\bar{s}_*$ ist die Häufigkeitsverteilung der Windrichtung eliminiert worden. Neben diesen Mittelwerten $\bar{s}_*$, die Auskunft darüber geben, wie hoch auftretende Bodenkonzentrationen in den einzelnen Punkten in der Umgebung einer Quelle aufgrund der herrschenden Ausbreitungsbedingungen im Mittel sind, ist vor allem die Gesamtbelastung des von der Quelle erfaßten Gebiets von Interesse. Mit Gesamtbelastung ist hier die gesamte Masse der Luftbeimengung gemeint, die pro Einheit der Quellstärke in dem betrachteten Zeitraum an jedem Punkt ankommt und dort beispielsweise von einem kontinuierlich messenden Gerät der Volumeneinheit entzogen würde. Man kann unter der Gesamtbelastung auch die Summenhäufigkeit der relativen Konzentration s_* in jedem Punkt verstehen.

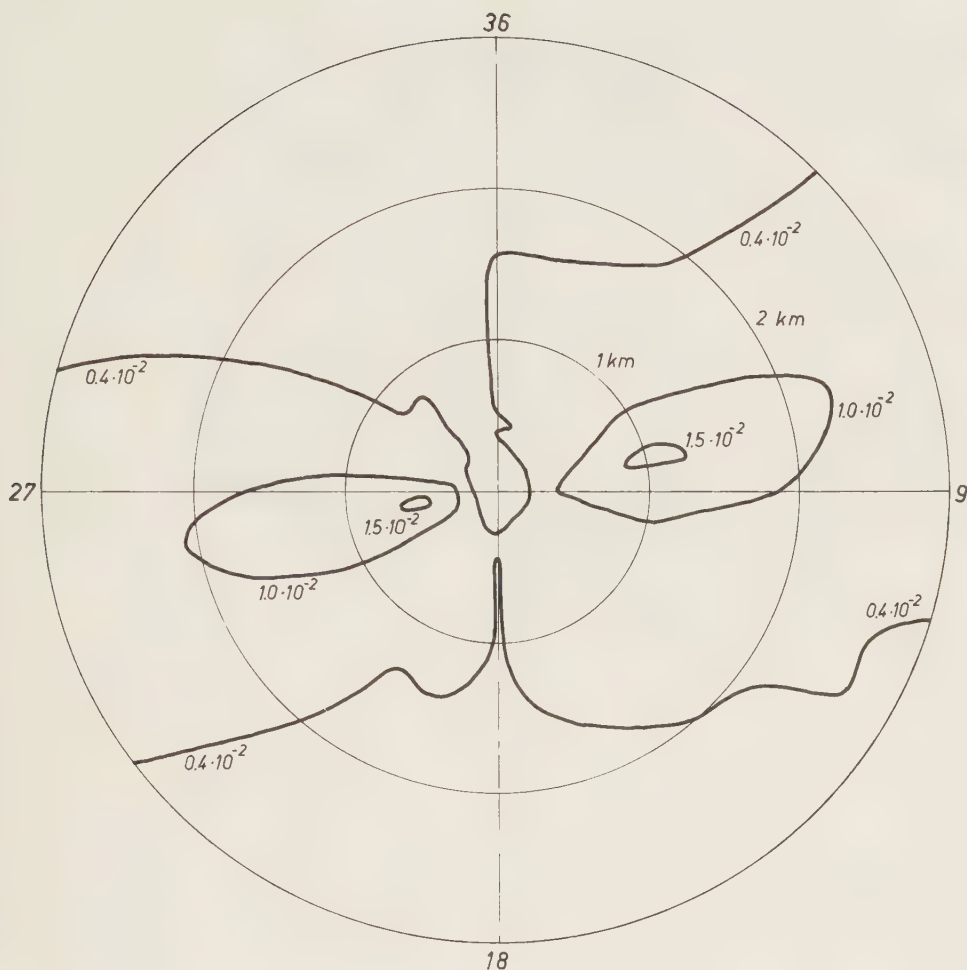


Bild 17a. Gesamtbelastung in s/m^3 für den Zeitraum 1962–1964 (Nahbereich).

Fig. 17a. Total dosages in s/m^3 for the period 1962–1964 (short range)

In den Bildern 17a und 17b ist die Gesamtbelastung dargestellt, wie sie sich aus den Ausbreitungsbedingungen an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München für den Zeitraum von 1962 bis 1964 für eine kontinuierliche Quelle in 50 m Höhe ergibt. Bild 17a gilt für den Nahbereich (bis 3 km), Bild 17b für den Fernbereich (bis 30 km).

Aus dem Verlauf der Isolinien, die die Punkte mit gleicher Belastung verbinden, wird der Einfluß der Windrichtungshäufigkeit sofort deutlich. Die größten Werte treten dabei in den östlich und westlich von der Quelle gelegenen Gebieten auf. Die unterschiedliche Geschwindigkeitsverteilung bei Ost- und Westwinden und die Unterschiede in der Stabilität der Atmosphäre machen sich erst in zweiter Linie in der Lage der Maxima und der verschiedenen schnellen Abnahme der Gesamtbelastung mit der Entfernung vom Quellpunkt bemerkbar.

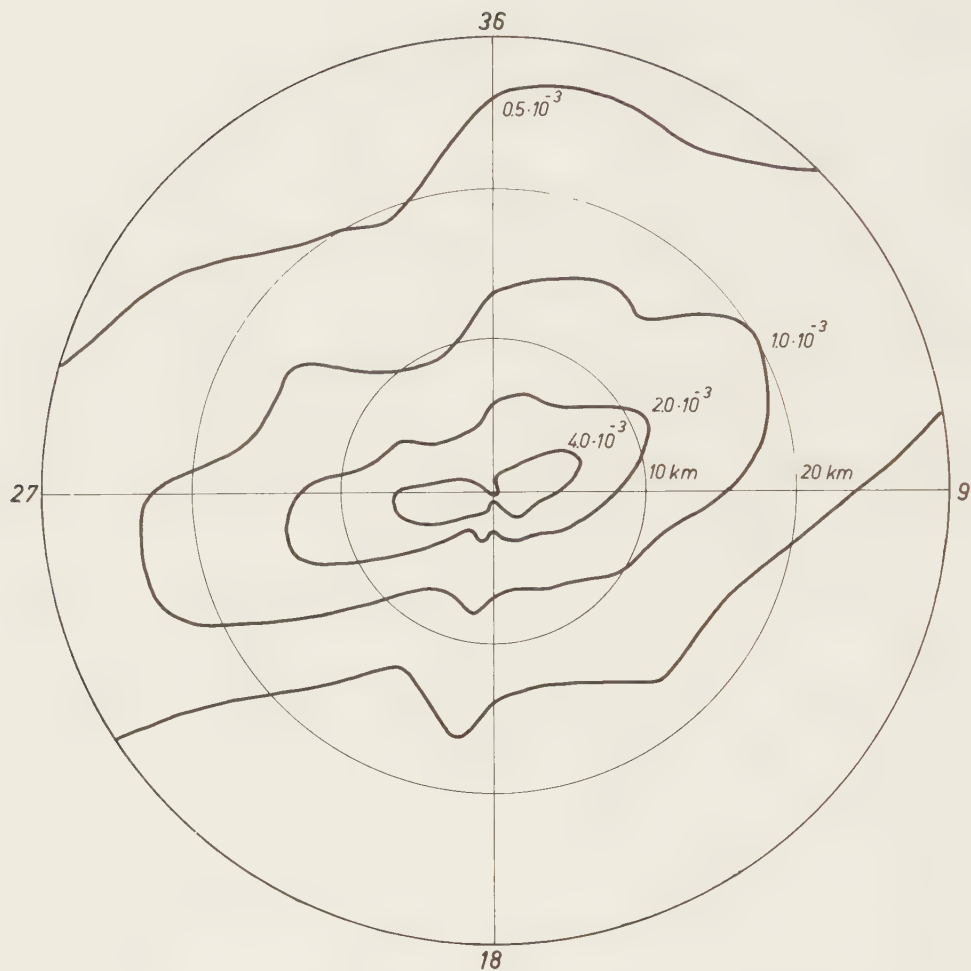


Bild 17b. Gesamtbelastung in s/m^3 für den Zeitraum 1962–1964 (Fernbereich).

Fig. 17b. Total dosages in s/m^3 for the period 1962–1964 (long range)

Für die Langzeitbelastung stellt also die Windrichtungshäufigkeit den wesentlichen Faktor dar. Wie stark die Windrichtung in die Rechnung eingeht, ersieht man auch aus dem noch sehr unausgeglichnen Bild der Gesamtbelastung für einzelne Monate. In Bild 18 sind die Verhältnisse vom Juli 1964 für den Fernbereich wiedergegeben.

Die Lage der relativ schmalen Konzentrationsfelder in einzelnen Stunden ist daraus noch deutlich wieder zu erkennen, wenn man damit die zugehörige Windrose (Bild 19) vergleicht.

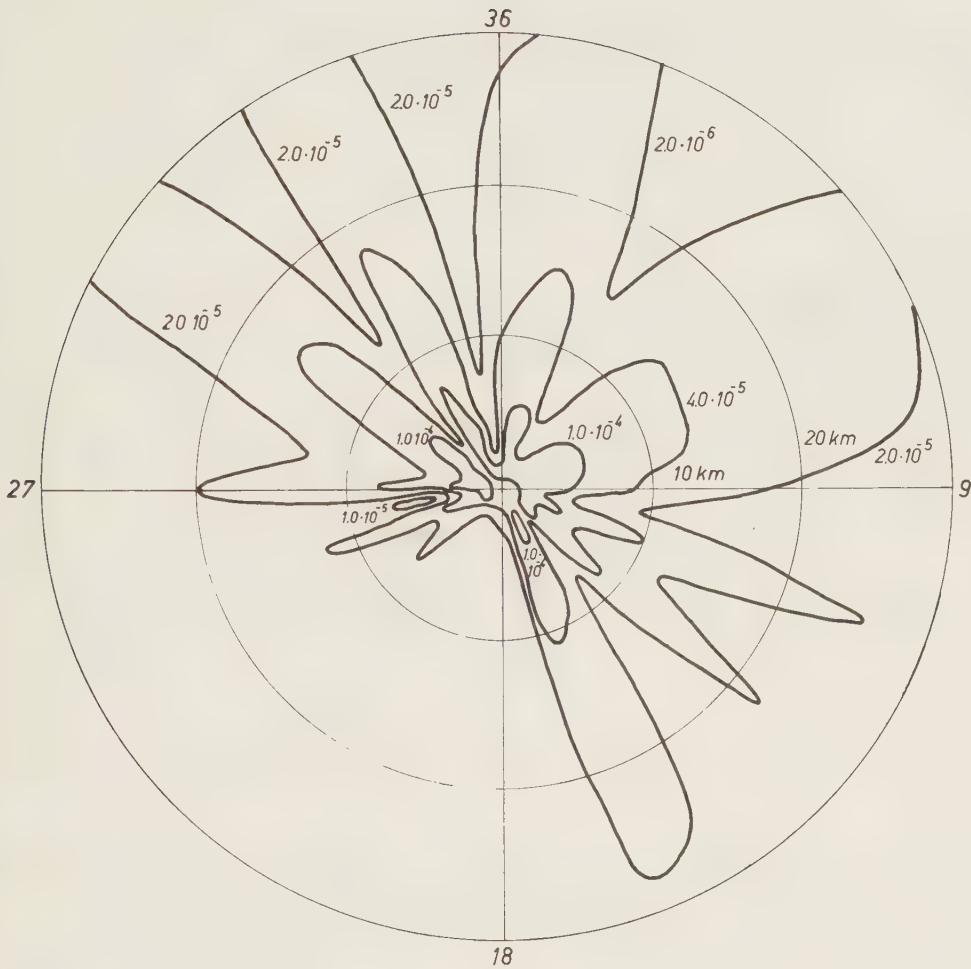


Bild 18. Gesamtbelastung in s/m^3 für Juli 1964 (Fernbereich).

Fig. 18. Total dosages in s/m^3 , July 1964 (long range)

5.4. Häufigkeit des Überschreitens von Schwellwertkonzentrationen

Zur weiteren Charakterisierung der Ausbreitungsverhältnisse wird in diesem Abschnitt die Häufigkeit des Überschreitens von vorgegebenen Schwellwertkonzentrationen betrachtet. Bei der Rechnung wurden die beiden Schwellwerte $s_* = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s/m}^3$ und $s_* = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s/m}^3$ benutzt. Der zweite entspricht etwa der Maximalkonzentration des Konzentrationsfeldes bei adiabatischer Schichtung und einer mittleren Windgeschwindigkeit von 2,5 m/s; der erste liegt niedriger als die maximalen Werte bei allen Konzentrationsfeldern.

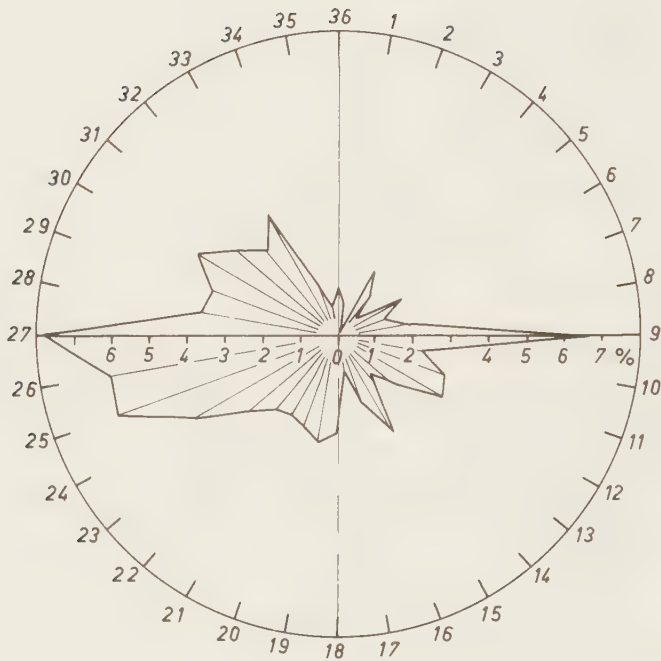


Bild 19
Häufigkeit der Windrichtung in % im Juli 1964
Fig. 19
The frequency of the wind direction in %, July 1964

Die größten Häufigkeiten des Überschreitens der Schwellwerte werden naturgemäß, wie die Bilder 20 und 21 zeigen, auf der Achse der häufigsten Windrichtungen beobachtet. Die östlichen Gebiete haben im Nahbereich (Bild 20a) in einer Entfernung von 1 bis 2 km von der Quelle mit einer wesentlich größeren Anzahl höherer relativer Konzentrationen als $s_* = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s/m}^3$ zu rechnen als die westlichen.

Im Fernbereich (Bild 20b) dagegen kehrt sich das Bild um. Im Osten nimmt die Häufigkeit sehr schnell ab mit der Entfernung, während im Westen – vorwiegend bei Windrichtung 8 – auch in größeren Entfernungen hohe relative Konzentrationen nicht selten sind.

Setzt man den Schwellwert um zwei Zehnerpotenzen höher, so geht (siehe Bild 21) der eindeutige Einfluß der Windrichtungshäufigkeit etwas verloren. Wegen der geringen Anzahl der Fälle sind die Linien gleicher Häufigkeit ziemlich unausgeglichen. Man kann aber auch aus dieser Abbildung entnehmen, daß im Westen die Isolinien weiter ausscheren, was wiederum auf die unterschiedliche Häufigkeit stabiler thermischer Schichtung bei West- und Ostwinden hindeutet. Relative Konzentrationen $s_* > 2 \cdot 10^{-5} \text{ s/m}^3$ zeigen ihre maximale Häufigkeit im Entfernungsbereich von 300–500 m von der Quelle. In 10 km Entfernung von der Quelle treten Konzentrationen, die diesen vorgegebenen Schwellwert überschreiten, nicht mehr auf.

Man sieht aus diesen Darstellungen, daß durch hohe Konzentrationswerte besonders die unmittelbare Umgebung der Quelle am meisten belastet wird; sie kommen aber glücklicherweise nicht so häufig vor. In der weiteren Entfernung ordnen sich die Häufigkeiten der Schwellwertüberschreitungen gemäß der Windrichtungshäufigkeit an, so daß die nördlichen und südlichen Gebiete von der Quelle nur geringfügig von höheren Konzentrationswerten erfaßt werden.

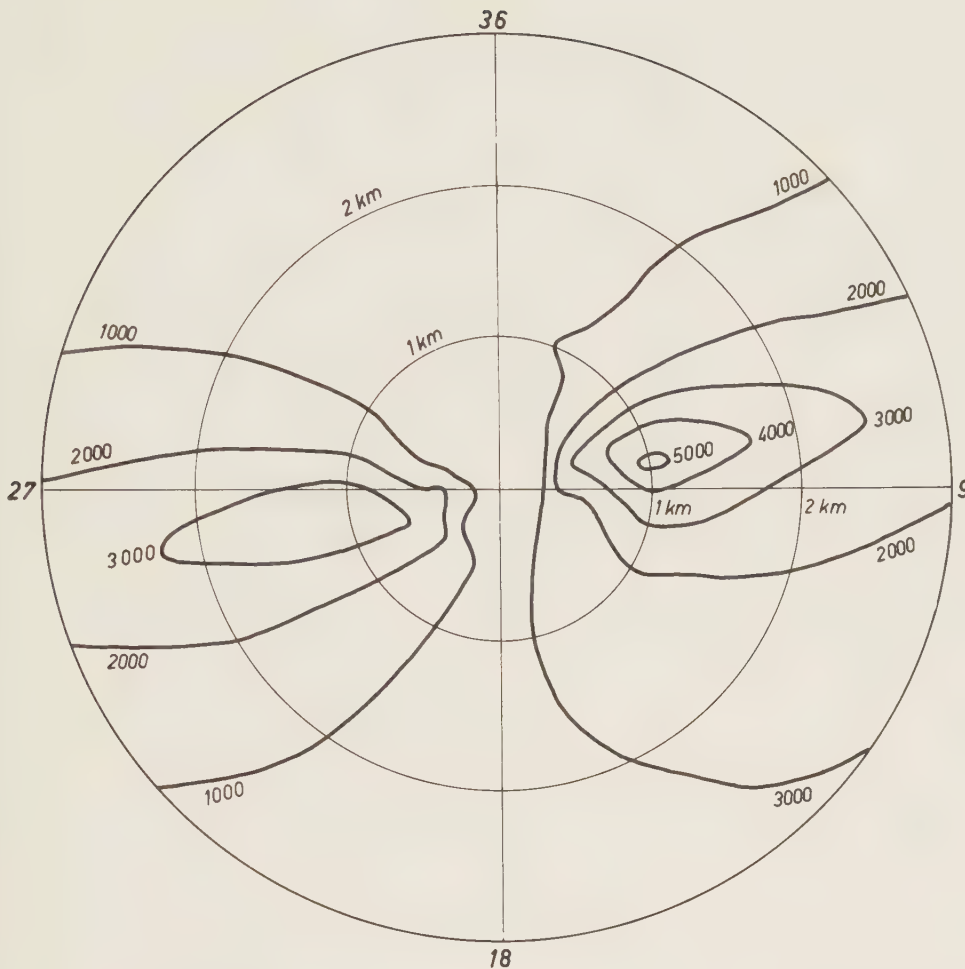


Bild 20a. Häufigkeit des Überschreitens der relativen Konzentration $s_* = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s/m}^3$ im Zeitraum 1962–1964 (Nahbereich).

Fig. 20a. The frequency of relative concentrations $s_* \cong 2 \cdot 10^{-7} \text{ s/m}^3$ for the period 1962–1964 (short range)

6. Folgerungen für die Industrieansiedlung

Anhand der berechneten Gesamtbelastung für einen längeren Zeitraum kann jetzt kurz auf die Frage der Ansiedlung der Industrie im Gebiet der Münchner Schotterebene eingegangen werden. H. SCHWEGLER (1967) tritt der Ansicht von Stadtplanern entgegen, die Industriegebiete im Bereich mit vorwiegend westlichen Winden nur im östlichen Teil von Städten für zulässig erachten. H. SCHWEGLER weist dabei besonders darauf hin, daß bei östlichen Winden meist auch stabile Wetterlagen vorherrschen, die dann gerade für die Städte die größte Belastung bringen, während Westwetterlagen die Luftbeimengungen genügend gut verdünnen.

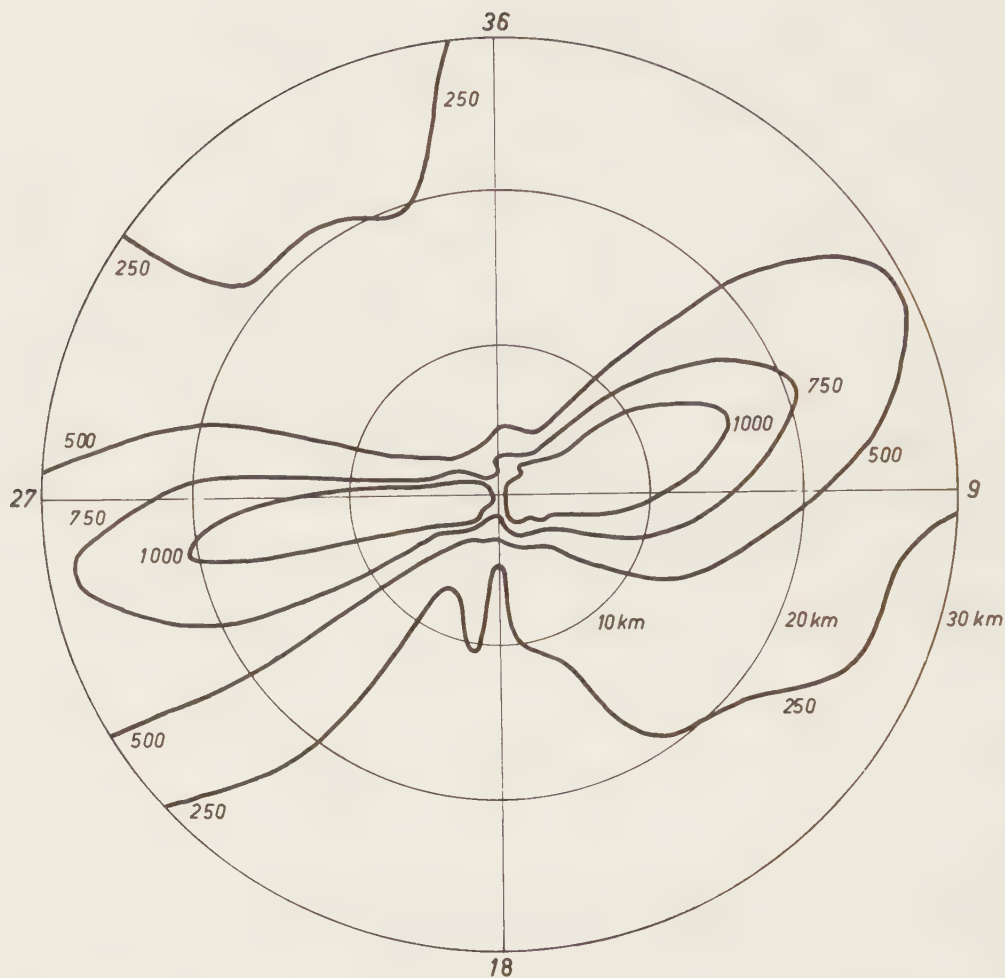


Bild 20b. Häufigkeit des Überschreitens der relativen Konzentrationen $s_* = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s/m}^3$ im Zeitraum 1962–1964 (Fernbereich).

Fig. 20b. The frequency of relative concentrations $s_* \geq 2 \cdot 10^{-7} \text{ s/m}^3$ for the period 1962–1964 (long range)

Im Gebiet der Münchner Schotterebene, in dem östliche Winde fast ebenso häufig sind wie westliche Winde, kann aber aufgrund der errechneten Gesamtbelastung weder der westliche noch der östliche Teil einer Stadt für eine Luftbeimengungen emittierende Industrie als günstig angesehen werden. Es bieten sich dafür besonders der südliche Teil und der nördliche Teil der Stadt an, da dann in der überwiegenden Anzahl der Stunden die belästigenden Beimengungen die Stadt überhaupt nicht erreichen. Selbst bei Inversionslagen und schwachen Windsituationen dürfte dabei das Stadttinnere am wenigsten von hohen Konzentrationswerten betroffen sein.

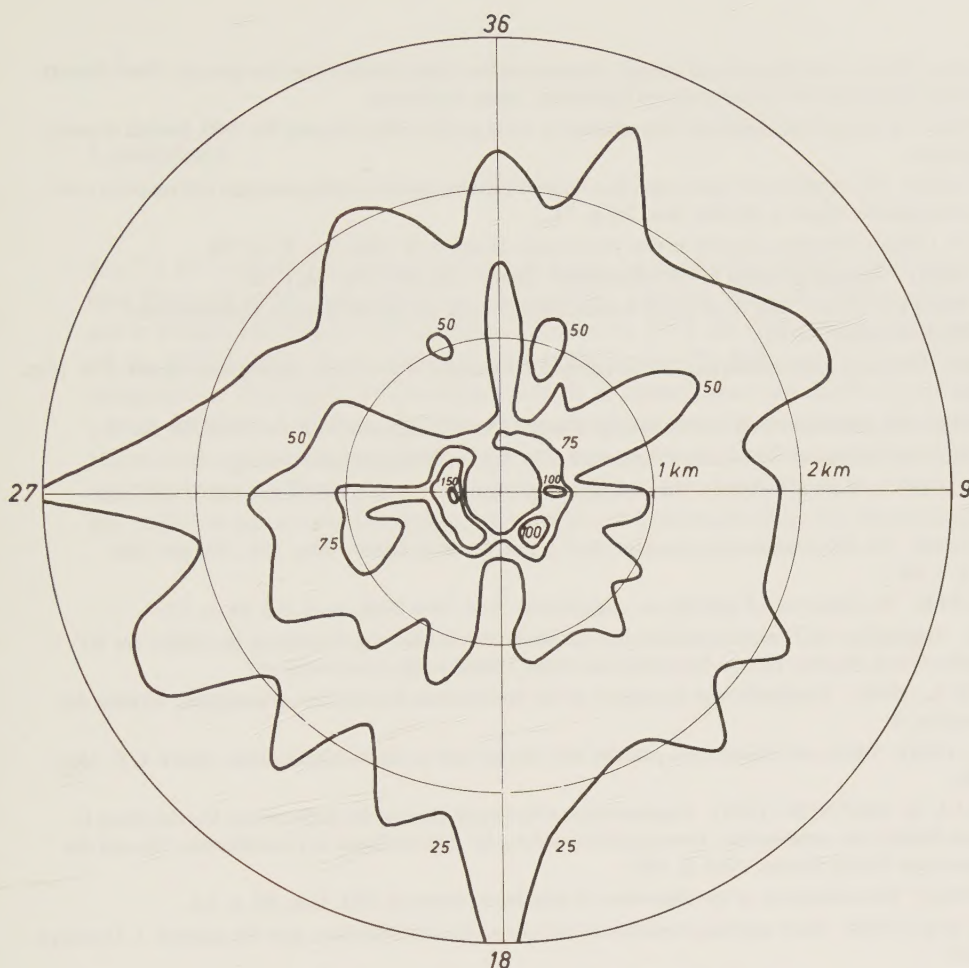


Bild 21. Häufigkeit des Überschreitens der relativen Konzentration $s_* = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s/m}^3$ im Zeitraum 1962–1964 (Nahbereich).

Fig. 21. The frequency of relative concentrations $s_* \geq 2 \cdot 10^{-5} \text{ s/m}^3$ for the period 1962–1964 (short range).

Herrn Professor Dr. F. MÖLLER, dem Leiter des meteorologischen Instituts der Universität München, habe ich besonderen Dank zu sagen. Er hat mir an seinem Institut die Möglichkeit zur Durchführung dieser Arbeit gegeben und sie mit viel Wohlwollen und Interesse unterstützt. Herrn Dr. H. KRAUS, von dem die Anregung zu dieser Arbeit ausging, danke ich besonders für die vielen und wertvollen Ratschläge, die er mir in den zahlreichen und fruchtbaren Diskussionen gegeben hat. Auch Herr Dr. R. ROTH war mir stets mit seinem Rat behilflich. Ihm sowie der ganzen mikrometeorologischen Arbeitsgruppe sei herzlich gedankt. Für die Ausfertigung der Darstellungen habe ich Herrn Werkmeister G. WEINBERGER und für die saubere Niederschrift des Manuskripts Fräulein Cl. MEIER sehr zu danken.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft hat diese Arbeit mit Geldmitteln gefördert.

Literatur

- BROOKS, F. A. et al. (1965): Investigation of energy, momentum and mass transfer near the ground. Final Report. Contract DA-AMC-28-043-65-G12, University of California, Davis, California.
- BUSCH, N. E. (1965): A note on the similarity hypothesis for wind profiles. Risø Report No. 100, Danish Atomic Energy Commission.
- CALDER, K. L. (1949): The criterion of turbulence in a fluid of variable density with particular reference to conditions in the atmosphere. Quart. J. R. Met. Soc. **75**, p. 71.
- CRAWFORD, T. V. (1965): Moisture transfer in free convection. Quart. J. R. Met. Soc. **91**, p. 18.
- DEACON, E. L. (1949): Vertical diffusion in the atmosphere. Quart. J. R. Met. Soc. **75**, p. 89.
- DIEM, M. and P. ZEDLER (1964): Der Wind in der bodennahen Schicht bis 100 m Höhe in Karlsruhe und Mühlacker. Ber. Dt. Wetterd. Nr. 97.
- DYER, A. J. (1965): The flux-gradient relation for turbulent heat transfer in the lower atmosphere. Quart. J. R. Met. Soc. **91**, p. 151.
- FIEDLER, F. (1968): Zur Klassifizierung der Wittertypen in der Ausbreitungsrechnung. Z. f. Met. **20**, S. 81.
- GEIGER, R. (1961): Das Klima der bodennahen Luftschicht. Fr. Vieweg Verlag, Braunschweig.
- HALTINER, J. G. and F. L. MARTIN (1957): Dynamical and physical meteorology. McGraw-Hill Book Cmp., New York.
- HOFMANN, G. (1964): Ein Schalenkreuzanemometer ohne Anlaufgeschwindigkeit. Wiss. Mitt. Meteor. Inst. München Nr. 9, S. 85.
- HOLZMAN, B. (1943): The influence of stability on evaporation. Ann. New York Acad. Sci. **44**, p. 13.
- KRAUS, H. et al.: Tagesgänge des Energiehaushaltes der Erdoberfläche auf der Alp Chukhung im Gebiet des Mt. Everest. Khumbu Himal, Ergebn. Forsch.-Unternehmen Nepal Himalaya (In Vorbereitung).
- LEICHTMANN, D. L. (1944): Windprofil und Austausch in der bodennahen Schicht der Atmosphäre. Izvestia AN SSSR Ser. Geophys. **8**.
- MCVEHIL, G. E. (1964): Wind- and temperature profiles near the ground in stable stratification. Quart. J. R. Met. Soc. **90**, p. 136.
- MONIN, A. S. und A. M. OBUCHOW (1954): Fundamentale Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Vermischung in der bodennahen Schicht der Atmosphäre. Deutsche Übersetzung in: Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz, Akademie Verlag, Berlin, 1958, S. 199.
- PASQUILL, F. (1961): The estimation of the dispersion of windborne material. Met. Mag. **90**, p. 33.
- PORTMAN, D. J. et al. (1962): Some optical properties of turbulence in stratified flow near the ground. J. Geophys. Res. **67**, p. 3223.
- PRIESTLEY, C. H. B. (1959): Turbulent transfer in the lower atmosphere. The University of Chicago Press, Chicago.
- SCHWEGLER, H. (1967): Die meteorologische Lage Münchens im Hinblick auf die Verunreinigung der Atemluft. Met. Rdsch., **20**, S. 166.
- SWINBANK, W. C. (1964): The exponential wind profile. Quart. J. R. Met. Soc. **90**, p. 119.
- TURNER, D. B. (1964): A diffusion model for an urban area. J. Appl. Met. **3**, p. 83.
- UHLIG, S. (1965): Bestimmung der Stabilitätsgrade der Luft an Hand von Wettermeldungen. Mitt. Dt. Wetterd. **5**, Nr. 35.
- ULLRICH, R. B. (1967): Das Temperatur- und Windprofil an der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München. Wiss. Mitt. Meteor. Inst. München Nr. 13.

Lebenslauf

Am 7.1.1938 wurde ich, Franz Fiedler, als Sohn des Landwirts Johann Fiedler und seiner Ehefrau Elisabeth in Deutsch-Liebau im Sudetenland, geboren. Nach der Übersiedlung nach Elpenrod in Hessen im Herbst 1946 besuchte ich dort bis 1951 die Volksschule. Anschließend war ich bis 1957 Schüler der St. Albert-Schule in Königstein/Ts. Während der zweijährigen Büro-tätigkeit von 1957 bis 1959 bereitete ich mich in Abendkursen auf die Reifeprüfung vor, die ich am 7. Oktober 1959 vor dem Staatlichen Prüfungsausschuß der Hohen Landesschule in Hanau bestand. Im Wintersemester 1959/60 begann ich an der Universität Frankfurt/M. mit dem Studium der Meteorologie, das ich im Juli 1965 mit dem Diplom abschloß. Seit September 1965 bin ich am Meteorologischen Institut der Universität München beschäftigt.

